专题二　三角函数图象与性质

考点限时训练(六)　第 6 讲　三角函数图象与性质

题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
10	
11	
12	
13	

A 组　基础演练

1. 在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$范围内，函数 $y=\tan x$ 与函数 $y=\sin x$ 的图象交点的个数为　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 已知 $\omega>0$，函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$在$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$上单调递减，则 ω 的取值范围是　(　　)

A. $\left[\frac{1}{3},\frac{5}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{1}{3},\frac{7}{6}\right]$

C. $\left[\frac{1}{4},\frac{5}{6}\right]$　　D. $\left[\frac{1}{4},\frac{7}{6}\right]$

3. 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$，其中 $0<\varphi<2\pi$，若 $f(x)\leqslant\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|$对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)>f(\pi)$，则 φ 等于　(　　)

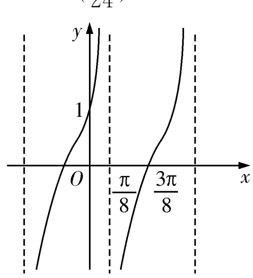
A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{5\pi}{6}$　　C. $\frac{7\pi}{6}$　　D. $\frac{11\pi}{6}$

*4. 已知函数 $f(x)=\sin(x-\varphi)$，且 $\int_0^{\frac{2\pi}{3}}f(x)\mathrm{d}x=0$，则函数 $f(x)$的图象的一条对称轴是　(　　)

A. $x=\frac{5\pi}{6}$　　B. $x=\frac{7\pi}{12}$

C. $x=\frac{\pi}{3}$　　D. $x=\frac{\pi}{6}$

5. 已知函数 $f(x)=A\tan(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，$y=f(x)$的部分图象如下图，则 $f\left(\frac{\pi}{24}\right)=$　(　　)



A. $2+\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $2-\sqrt{3}$

6. 关于函数 $f(x)=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)(x\in\mathbf{R})$有下列命题：

①$y=f(x)$是以 2π 为最小正周期的周期函数；

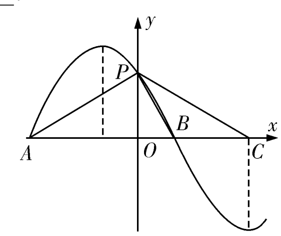
②$y=f(x)$可改写为 $y=4\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$；

③$y=f(x)$的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$对称.

④$y=f(x)$的图象关于直线 $x=-\frac{5\pi}{12}$对称.

其中正确命题的序号为________.

7. 已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于 P 点，其一条对称轴与 x 轴交于 C 点，且 $PA=PC=2\sqrt{3}$，$PB=BC$，则 $\omega=$________.



*8. 已知函数 $f(x)=A\cos^2(\omega x+\varphi)+1\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最大值为 3，$f(x)$的图象与 y 轴的交点坐标为(0,2)，其相邻两条对称轴之间的距离为 2，则 $f(1)+f(2)+\cdots+f(2\,019)=$________.

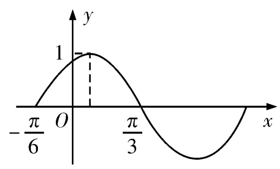
9. 已知函数 $f(x)=2a\sin^2x+2\sin x\cos x-a$($a$ 为常数)的图象过点$(0,-\sqrt{3})$.

(1)求函数 $f(x)$的值域；

(2)若将函数 $y=f(x)$的图象向右平移$\frac{1}{2}m$ 个单位后(作长度最短的平移)，其图象关于 y 轴对称，求出 m 的值.

B组　能力提升

10. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示,若 $x_1,x_2\in\left(-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$,且 $f(x_1)=f(x_2)$ $(x_1\neq x_2)$,则 $f(x_1+x_2)=$ (　　)

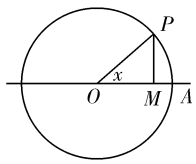


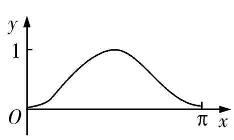
A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1

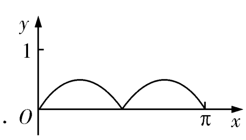
11. 设函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$满足 $f(-x)=f(x)$,$f(x)=f(2-x)$,且当 $x\in[0,1]$时,$f(x)=x^3$. 又函数 $g(x)=|x\cos(\pi x)|$,则函数 $h(x)=g(x)-f(x)$在$\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right]$上的零点个数为 (　　)

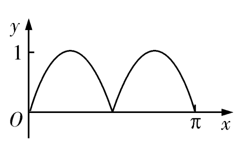
A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

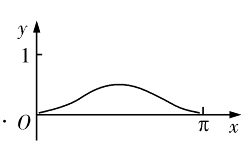
12. 如图,圆 O 的半径为 1,A 是圆上的定点,P 是圆上的动点,角 x 的始边为射线 OA,终边为射线 OP,过点 P 作直线 OA 的垂线,垂足为 M,将点 M 到直线 OP 的距离表示为 x 的函数 $f(x)$,则 $y=f(x)$在$[0,\pi]$上的图象大致为 (　　)



A. 

B. 

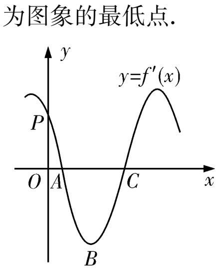
C. 

D. 

13. 在平面直角坐标系中,记 d 为点 $P(\cos\theta,\sin\theta)$到直线 $x-my-2=0$ 的距离,当 θ,m 变化时,d 的最大值为 (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

*14. 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的导函数 $y=f'(x)$的部分图象如图所示,其中,P 为图象与 y 轴的交点,A、C 为图象与 x 轴的两个交点,B 为图象的最低点.



(1)若 $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$,点 P 的坐标为$\left(0,\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$,求 ω;

(2)若在曲线段$\overset{\frown}{ABC}$与 x 轴所围成的区域内随机取一点,求该点在$\triangle ABC$ 内的概率.

15. 已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-\omega x\right)+\sin 2\omega x+a(\omega>0)$的图象与直线 $y=t(t>0)$相切,并且切点横坐标依次成公差为 π 的等差数列,且 $f(x)$的最大值为 1.

(1)若 $x\in[0,\pi]$,求函数 $f(x)$的单调递增区间;

(2)将 $f(x)$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位,得到函数 $g(x)$的图象,若函数 $y=g(x)-m$ 在$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$上有零点,求实数 m 的取值范围.

16. 某同学用“五点法”画函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$在某一个周期内的图象时，列表并填入的部分数据如下表：

x	x_1	$\frac{1}{3}$	x_2	$\frac{7}{3}$	x_3
$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$A\sin(\omega x+\varphi)+B$	0	$\sqrt{3}$	0	$-\sqrt{3}$	0

(1)请求出上表中的 x_1,x_2,x_3 的值，并写出函数$f(x)$的解析式；

(2)将 $f(x)$的图象向右平移$\frac{2}{3}$个单位得到函数 $g(x)$的图象，若函数 $g(x)$在区间$[0,m](3<m<4)$上的图象的最高点和最低点分别为 M、N，求向量$\overrightarrow{NM}$与$\overrightarrow{ON}$夹角 θ 的大小(O 为坐标原点).

17. 已知函数 $f(x)=2\sin\omega x$，其中常数 $\omega>0$.

(1)若 $y=f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}\right]$上单调递增，求 ω 的取值范围；

(2)令 $\omega=2$，将函数 $y=f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位，再向上平移 1 个单位，得到函数 $y=g(x)$的图象，区间$[a,b]$($a,b\in\mathbf{R}$ 且 $a<b$)满足：$y=g(x)$在$[a,b]$上至少含有 30 个零点，在所有满足上述条件的$[a,b]$中，求 $b-a$ 的最小值.