

专题八 选考试题专题

考点限时训练(二十) 第1讲 坐标系与参数方程(选修4-4)

A组 基础演练

1. 在极坐标系下, 已知圆 $O: \rho = \cos \theta + \sin \theta$ 和直线

$$l: \rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi).$$

(1) 求圆 O 和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 当 $\theta \in (0, \pi)$ 时, 求直线 l 与圆 O 的公共点的极坐标.

2. 已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + 2\cos \theta, \\ y = 1 + 2\sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数). 以原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 若直线 $l: \theta = \alpha$ ($\alpha \in [0, \pi)$, $\rho \in \mathbf{R}$) 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 设线段 AB 的中点为 M , 求 $|OM|$ 的最大值.

3. (2019·全国卷Ⅱ)在极坐标系中, O 为极点,点 $M(\rho_0, \theta_0)$ ($\rho_0 > 0$)在曲线 $C: \rho = 4\sin \theta$ 上,直线 l 过点 $A(4, 0)$ 且与 OM 垂直,垂足为 P .

(1)当 $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ 时,求 ρ_0 及 l 的极坐标方程;

(2)当 M 在 C 上运动且 P 在线段 OM 上时,求 P 点轨迹的极坐标方程.

B组 强化提高

4. 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2$,在以极点为直角坐标原点 O ,极轴为 x 轴的正半轴建立的平面直角坐标

系 xOy 中,直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 3\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

数).

(1)写出直线 l 的普通方程及曲线 C 的直角坐标方程;

(2)在平面直角坐标系中,设曲线 C 经过伸缩变换 φ :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x, \\ y' = y \end{cases} \text{ 得到曲线 } C'. \text{ 若 } M(x, y) \text{ 为曲线 } C' \text{ 上任}$$

意一点,求点 M 到直线 l 的最小距离.

5. 在极坐标系中, 直线 l 的方程为 $\rho \sin\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) = 2$, 曲线 C 的方程为 $\rho = 4 \cos \theta$, 求直线 l 被曲线 C 截得的弦长.

6. 在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 半圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 2 \cos \theta, \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(1) 设点 P 为半圆 C 上一动点, $\angle xCP = t$, 求半圆 C 以 t 为参变量的参数方程;

(2) 设点 D 在半圆 C 上, 半圆 C 在 D 处的切线与直线 $l: y = \sqrt{3}x + 2$ 垂直, 求点 D 的坐标.