

专题四 立体几何

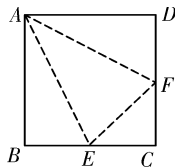
考点限时训练(十) 第10讲 空间几何体的表面积与体积

A组 基础演练

1. 将一个底面半径和高都是 R 的圆柱挖去一个以上底面为底面, 下底面圆心为顶点的圆锥后, 剩余部分的体积记为 V_1 , 半径为 R 的半球的体积记为 V_2 , 则 V_1 与 V_2 的大小关系为 ()

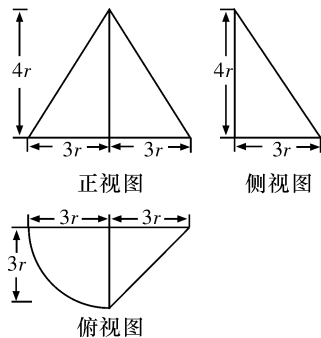
- A. $V_1 > V_2$ B. $V_1 < V_2$
C. $V_1 = V_2$ D. 不能确定

2. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E, F 分别为 BC, CD 的中点, 沿 AE, EF, FA 将正方形折起, 使 B, C, D 重合于点 O , 构成四面体 $A-OEF$, 则四面体 $A-OEF$ 的体积为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{6}$

3. 已知一个简单几何体的三视图如图所示, 若该几何体的体积为 $24\pi + 48$, 则该几何体的表面积为 ()



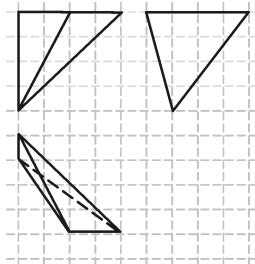
- A. $24\pi + 48$ B. $24\pi + 90 + 6\sqrt{41}$
C. $48\pi + 48$ D. $24\pi + 66 + 6\sqrt{41}$

4. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著, 书中有如下问题: “今有委米依垣内角, 下周八尺, 高五尺, 问: 积及为米几何?” 其意思为: “在屋内墙角处堆放米(如图, 米堆为一个圆锥的四分之一), 米堆底部的弧长为 8 尺, 米堆的高为 5 尺, 问米堆的体积和堆放的米各为多少?” 若圆周率约为 3, 则可估算出米堆的体积约为 ()



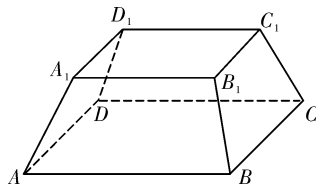
- A. 9 立方尺 B. 18 立方尺
C. 36 立方尺 D. 72 立方尺

5. 如图是某几何体的三视图, 其中网格纸上小正方形的边长为 1, 则该几何体各棱中最长棱的长度为 ()



- A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{2}$
C. $\sqrt{34}$ D. $\sqrt{41}$

6. 《九章算术》是中国古典数学最重要的著作. 《九章算术》的“商功”一章中给出了很多几何体的体积计算公式. 如图所示的几何体, 上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 与下底面 $ABCD$ 相互平行, 且 $ABCD$ 与 $A_1B_1C_1D_1$ 均为长方形. 《九章算术》中, 称如图所示的图形为“刍童”. 如果 $AB = a, BC = b, A_1B_1 = c, B_1C_1 = d$, 且两底面之间的距离为 h , 记“刍童”的体积为 V , 则 ()

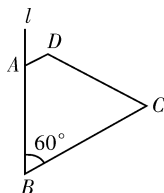


- A. $V = \frac{h}{6}[(2c+a)d + (2a+c)b]$
B. $V = \frac{h}{3}[(2c+a)d + (2a+c)b]$
C. $V = \frac{h}{6}[(c+2a)d + (a+2c)b]$
D. $V = \frac{h}{3}[(c+2a)d + (a+2c)b]$

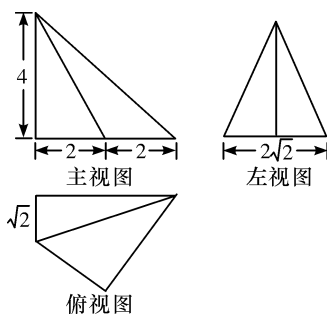
答案	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	9
	10

7. 如图所示,已知等腰梯形 $ABCD$ 的上底 $AD=2$ cm,下底 $BC=10$ cm,底角 $\angle ABC=60^\circ$,现绕腰 AB 旋转一周,则所得的旋转体的体积是 ()

- A. 246π cm^3
 B. 248π cm^3
 C. 249π cm^3
 D. 250π cm^3

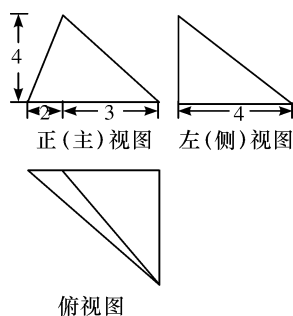


8. 某几何体的三视图如图所示,则该几何体的外接球的表面积为 _____.



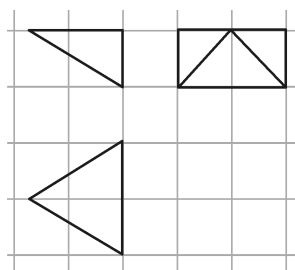
B组 能力提升

9. 某几何体的三视图如图所示,若该几何体的所有顶点都在同一个球的球面上,则这个球的表面积是 ()



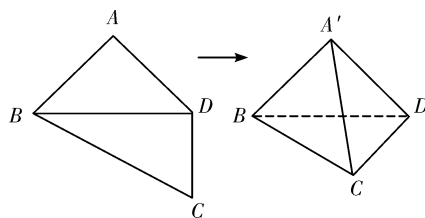
- A. 41π B. 81π C. $\frac{189\pi}{4}$ D. 57π

10. 如图,网格纸上小正方形的边长为 1,粗实线画出的是某几何体的三视图,已知其俯视图是正三角形,则该几何体的外接球的体积是 ()

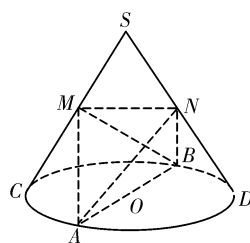


- A. $\frac{19\sqrt{57}\pi}{54}$ B. $\frac{11\sqrt{66}\pi}{27}$
 C. $\frac{19\pi}{3}$ D. $\frac{22\pi}{3}$

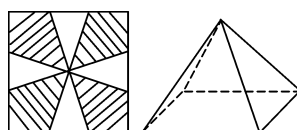
11. 《九章算术》中,将四个面都为直角三角形的四面体称之为“鳖臑”.如图,平面四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD=CD=1$, $BD=\sqrt{2}$, $BD\perp CD$.将其沿对角线 BD 折成一个鳖臑 $A'-BCD$,则该鳖臑内切球的半径为 _____.



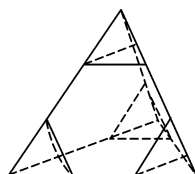
12. 如图,圆锥 SO 的高 $SO=2$,底面直径 $AB=CD=4$, M,N 分别是 SC,SD 的中点,则四面体 $ABMN$ 体积的最大值是 _____.



13. 如图,一边长为 30 cm 的正方形铁皮,先将阴影部分裁下,然后用余下的四个全等等腰三角形加工成一个正四棱锥形容器,要使这个容器的容积最大,则等腰三角形的底边长为 _____ cm.



14. 半正多面体亦称“阿基米德多面体”,是由边数不全相同的正多边形为面组成的多面体.如将正四面体所有棱各三等分,沿三等分点从原几何体割去四个小正四面体(如图所示),余下的多面体就成为一个半正多面体,若这个半正多面体的棱长为 4,则这个半正多面体的外接球的半径为 _____.



考点限时训练(十一) 第 11 讲 空间直线与平面的证明与计算

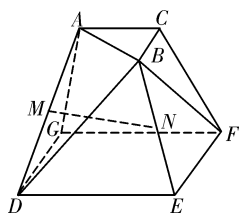
A 组 基础演练

题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	

1. 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 给出下列四个命题, 错误的命题是 ()

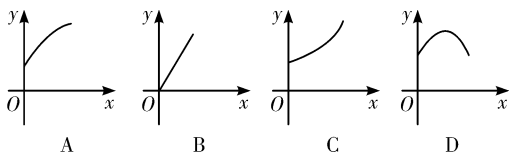
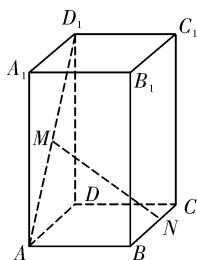
- A. 若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta, \alpha \cap \beta = n$, 则 $m \parallel n$
- B. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n \perp \beta$, 则 $m \perp n$
- C. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \perp \gamma, \beta \cap \gamma = m$, 则 $m \perp \alpha$
- D. 若 $\alpha \parallel \beta, m \parallel \alpha$, 则 $m \parallel \beta$

2. 如图, 在多面体 $ABCDEFG$ 中, 平面 $ABC \parallel$ 平面 $DEFG$, $AC \parallel GF$, 且 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, 四边形 $DEFG$ 是边长为 4 的正方形, M, N 分别为 AD, BE 的中点, 则 MN 等于 ()



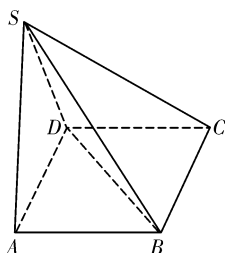
- A. $\sqrt{7}$
- B. 4
- C. $\sqrt{19}$
- D. 5

3. 如图所示, 侧棱与底面垂直, 且底面为正方形的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2, AB=1, M, N$ 分别在 AD_1, BC 上移动, 且始终保持 $MN \parallel$ 平面 DCC_1D_1 , 设 $BN=x, MN=y$, 则函数 $y=f(x)$ 的图象大致是 ()



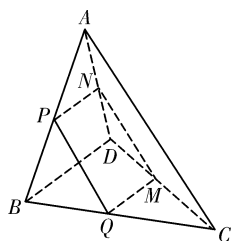
4. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 等腰直角 $\triangle SAD$ 绕其直角边 AD 转动, 另一直角边 SD 与正方形一边 DC 成 θ 角 ($90^\circ \leq \theta < 180^\circ$), 则异面直线 SA 与 DB 所成角的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{\pi}{2}]$
- B. $(0, \frac{\pi}{6}]$
- C. $(0, \frac{\pi}{3}]$
- D. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$



5. 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $AD \perp BD$, 截面 $PQMN$ 是矩形, 则下列结论不一定正确的是 ()

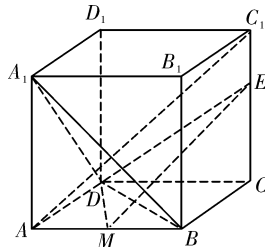
- A. 平面 $BDC \perp$ 平面 ADC
- B. $AC \parallel$ 平面 $PQMN$
- C. 平面 $ABD \perp$ 平面 ADC
- D. $AD \perp$ 平面 BDC



6. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 是 AB 的中点, E 在 CC_1 上, 且 $CE=2C_1E$.

(1) 求证: $AC_1 \perp$ 平面 A_1BD ;

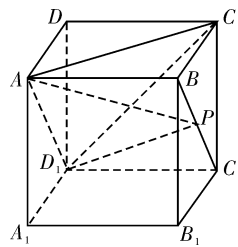
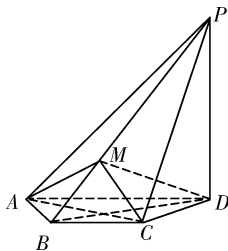
(2) 在线段 DD_1 上存在一点 $P, DP=\lambda D_1P$, 若 $PB_1 \parallel$ 平面 DME , 求实数 λ 的值.



7. 如图,四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \perp AD$, $AD \parallel BC$, $AB=1$, $AD=2BC=\sqrt{2}$, $PD=\sqrt{3}$.

(1)求证:平面 $PBD \perp$ 平面 PAC ;

(2) M 为棱 PB 上异于 B 的点,且 $AM \perp MC$,求直线 AM 与平面 MCD 所成角的正弦值.



①三棱锥 $A-D_1PC$ 的体积不变;

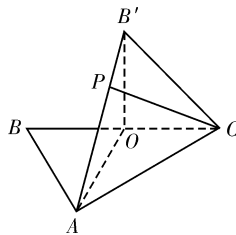
② $A_1P \parallel$ 平面 ACD_1 ;

③ $DP \perp BC_1$;

④平面 $PDB_1 \perp$ 平面 ACD_1 .

其中正确的命题序号是_____.

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, O 是 BC 的中点, $AB=AC$, $AO=2OC=2$, 将 $\triangle BAO$ 沿 AO 折起,使 B 点到达 B' 点.



(1)求证: $AO \perp$ 平面 $B'OC$;

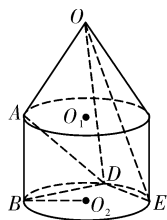
(2)当三棱锥 $B'-AOC$ 的体积最大时,试问在线段 $B'A$ 上是否存在一点 P ,使 CP 与平面 $B'O A$ 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$? 若存在,求出点 P 的位置;若不存在,请说明理由.

B 组 能力提升

8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AC$, $PA=2AC=2AB=6$. 点 D 在 PC 上, $PD=2DC$, E 是 BC 上的动点,则异面直线 PA 与 DE 所成角的正切值的最小值为_____.

9. 如图,点 P 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的面对角线 BC_1 上运动,给出下列四个命题:

11. 如图,

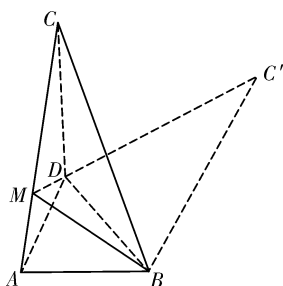


已知圆锥 OO_1 和圆柱 O_1O_2 的合体(它们的底面重合), 圆锥的底面圆 O_1 半径为 $r=5$, OA 为圆锥的母线, AB 为圆柱 O_1O_2 的母线, D, E 为下底面圆 O_2 上的两点, 且 $DE=6$, $AB=6.4$, $AO=5\sqrt{2}$, $AO \perp AD$.

- (1) 求证: 平面 $ABD \perp$ 平面 ODE ;
- (2) 求二面角 $B-AD-O$ 的正弦值.

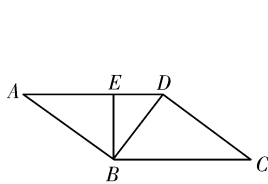
12. 已知在直角梯形 $ABC'D$ 中, $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $AD = AB = 1$, $BC' = 2$, 将 $\triangle C'BD$ 沿 BD 折起至 $\triangle CBD$, 使二面角 $C-BD-A$ 为直角.

- (1) 求证: 平面 $ADC \perp$ 平面 ABC ;
- (2) 若点 M 满足 $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AC}$, $\lambda \in [0, 1]$, 当二面角 $M-BD-C$ 为 45° 时, 求 λ 的值.

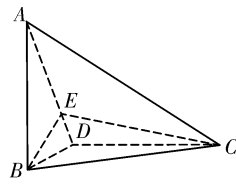


13. 如图①, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $BD \perp CD$, $BE \perp AD$, 将 $\triangle ABD$ 沿对角线 BD 折起使 $AB \perp BC$, 连接 AC, EC , 得到如图②所示的三棱锥 $A-BCD$.

- (1) 求证: $BE \perp$ 平面 ADC ;
- (2) 若 $ED=1$, 二面角 $C-BE-D$ 的平面角的正切值为 $\sqrt{6}$, 求直线 BD 与平面 ADC 所成角的正弦值.



图①



图②