

探究三 直线参数方程的应用

例 5 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(0, \sqrt{3})$, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \varphi, \\ y = 2 \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数). 以原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho = \frac{\sqrt{3}}{2 \cos(\theta - \frac{\pi}{6})}$.

(1) 判断点 P 与直线 l 的位置关系并说明理由;

(2) 设直线 l 与曲线 C 的两个交点分别为 A, B , 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

探究四 极坐标、参数方程综合应用

例 6 已知抛物线 C 的方程为 $y^2 = 8x$, 以抛物线 C 的焦点 F 为极点, 以 x 轴在点 F 右侧部分为极轴建立极坐标系.

(1) 求抛物线 C 的极坐标方程;

(2) P, Q 是曲线 C 上的两个点, 若 $FP \perp FQ$, 求 $\frac{1}{|FP|} + \frac{1}{|FQ|}$ 的最大值.

【小结】 1. 在由点的直角坐标化为极坐标时, 一定要注意点所在象限和极角的范围, 否则点的极坐标将不唯一.

2. 将曲线的方程进行互化时, 一定要注意变量的范围, 要注意转化的等价性.

3. 参数方程化为普通方程的基本思想是消去参数, 常用的消参数方法有代入消去法、加减消去法、恒等式法(三角的或代数的)消去法, 不能忘了参数的范围.

4. 过点 $P_0(x_0, y_0)$, 倾斜角为 α 的直线参数方程的标准形式为 $\begin{cases} x = x_0 + t \cos \alpha, \\ y = y_0 + t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), t 的几何意义是直线上的点 P 到点 $P_0(x_0, y_0)$ 的数量, 即 $t = |PP_0|$ 时为距离. 使用该式时直线上任意两点 P_1, P_2 对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则 $|P_1P_2| = |t_1 - t_2|$, P_1P_2 中点对应的参数为 $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$.

真题演练

1. (2019·全国卷 I) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \cos \theta + \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0$.

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

2. (2018 · 全国卷 II) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos \theta, \\ y=4\sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t\cos \alpha, \\ y=2+t\sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数).
- (1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;
- (2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1, 2)$, 求 l 的斜率.

3. (2018 · 全国卷 I) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos \theta-3=0$.
- (1) 求 C_2 的直角坐标方程;
- (2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

温馨提示: 请完成考点限时训练(二十)P153

第 2 讲 不等式选讲(选修 4-5)

>> 考情分析

年份	卷别	题号	考查内容	命题规律
2019	I	23	不等式证明, 三元均值不等式的应用	不等式选讲部分主要以考查绝对值不等式的解法为主, 偶尔也考查不等式证明的方法, 经常与函数结合, 考查数形结合和转化与化归思想, 考查去绝对值的方法是试题变化中不变的规律, 基本不等式是考查不等式证明方法的主要依据, 在求解过程中考查绝对值三角不等式的灵活应用能力. 关于不等式证明的方法, 只有方法要求, 因此它的载体丰富多彩. 全国高考试题仍然还是以选考试题(解答题)的形式出现, 分值为 10 分, 难度中等偏下.
	II	23	绝对值不等式的解法, 分类讨论的思想方法	
	III	23	基本不等式求最值, 不等式恒成立求参变量取值范围	
2018	I	23	含绝对值不等式的解法, 不等式恒成立求参变量取值范围	
	II	23	含绝对值不等式的解法, 不等式恒成立求参变量取值范围	
	III	23	绝对值函数图象与最值	
2017	I	23	含绝对值不等式和一元二次不等式的解法, 不等式恒成立求参变量取值范围	
	II	23	不等式证明(均值不等式)	
	III	23	含绝对值不等式的解法, 不等式解集非空求参变量取值范围	