

考点限时训练(十九) 第19讲 导数及其应用

A组 基础演练

题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
8	
9	

1. 已知 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x$ 在区间 $(0, 2)$ 上不单调, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ B. $(-4, 0) \cup (0, 4)$
 C. $(0, 2)$ D. $(0, 4)$

2. 函数 $f(x) = 2 \ln x + x^2 - bx + a (b > 0, a \in \mathbf{R})$ 在点 $(b, f(b))$ 处的切线斜率的最小值是 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1

3. 由函数 $f(x) = e^x - e$ 的图象, 直线 $x = 2$ 及 x 轴所围成的阴影部分面积等于 ()

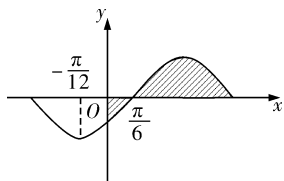
- A. $e^2 - 2e - 1$ B. $e^2 - 2e$
 C. $\frac{e^2 - e}{2}$ D. $e^2 - 2e + 1$

4. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - a^2 - 7a$ 在 $x = 1$ 处取得极大值 10, 则 $\frac{a}{b}$ 的值为 ()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. -2
 C. -2 或 $-\frac{2}{3}$ D. 2 或 $-\frac{2}{3}$

5. 如图是函数 $y = \cos(2x - \frac{5\pi}{6})$ 在一个周期内的图象, 则阴影部分的面积是 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{4}$
 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$



6. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - x + c$, 且 $a = f'(\frac{2}{3})$.

- (1) 求 a 的值;
 (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
 (3) 设函数 $g(x) = [f(x) - x^3] \cdot e^x$, 若函数 $g(x)$ 在 $x \in [-3, 2]$ 上单调递增, 求实数 c 的取值范围.

7. 已知函数 $f(x) = e^x + 2ax$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
 (2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上的最小值为 0, 求 a 的值;
 (3) 若对于任意 $x \geq 0, f(x) \geq e^{-x}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

B组 能力提升

8. 若幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$, 则函数 $g(x) = e^x f(x)$ 的单调递减区间为 ()
- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, -2)$
 C. $(-2, -1)$ D. $(-2, 0)$
9. 若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}$ 在区间 $(a, a+5)$ 上存在最小值, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $[-5, 0)$ B. $(-5, 0)$
 C. $[-3, 0)$ D. $(-3, 0)$
10. 已知直线 $y=b$ 与函数 $f(x)=2x+5$ 和 $g(x)=ax+\ln x$ 的图象分别交于 A, B 两点, 若 $|AB|$ 的最小值为 3, 则 $2a-b =$ _____.
11. 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 - ax, a \in \mathbf{R}$.
- (1) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点, 求 a 的取值范围;
 (2) 设 $x=m$ 和 $x=n$ 是函数 $f(x)$ 的两个极值点(其中 $n > m$). 若 $a \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 求 $f(n) - f(m)$ 的最大值.

12. 已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}bx^2 + x (a, b \in \mathbf{R})$.
- (1) 若函数 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为 1, 且对任意 $x \in [1, e]$ 有 $f(x) - x \leq (a+2) \cdot (-\frac{1}{2}x^2 + x)$ 成立, 求实数 a 的取值范围;
 (2) 若 $h(x) + x = f(x) + (1 - \frac{b}{2})x^2$, 求 $h(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值及相应的 x 值.