

2. (2018 · 全国卷 II) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos \theta, \\ y=4\sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t\cos \alpha, \\ y=2+t\sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数).

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1, 2)$, 求 l 的斜率.

3. (2018 · 全国卷 I) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos \theta-3=0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

温馨提示: 请完成考点限时训练(二十)P153

第 2 讲 不等式选讲(选修 4-5)

>> 考情分析

年份	卷别	题号	考查内容	命题规律
2019	I	23	不等式证明, 三元均值不等式的应用	不等式选讲部分主要以考查绝对值不等式的解法为主, 偶尔也考查不等式证明的方法, 经常与函数结合, 考查数形结合和转化与化归思想, 考查去绝对值的方法是试题变化中不变的规律, 基本不等式是考查不等式证明方法的主要依据, 在求解过程中考查绝对值三角不等式的灵活应用能力. 关于不等式证明的方法, 只有方法要求, 因此它的载体丰富多彩. 全国高考试题仍然还是以选考试题(解答题)的形式出现, 分值为 10 分, 难度中等偏下.
	II	23	绝对值不等式的解法, 分类讨论的思想方法	
	III	23	基本不等式求最值, 不等式恒成立求参变量取值范围	
2018	I	23	含绝对值不等式的解法, 不等式恒成立求参变量取值范围	
	II	23	含绝对值不等式的解法, 不等式恒成立求参变量取值范围	
	III	23	绝对值函数图象与最值	
2017	I	23	含绝对值不等式和一元二次不等式的解法, 不等式恒成立求参变量取值范围	
	II	23	不等式证明(均值不等式)	
	III	23	含绝对值不等式的解法, 不等式解集非空求参变量取值范围	

>> 备考建议

1. 复习含有绝对值的不等式时,既要掌握含绝对值不等式的解法及去绝对值的基本思想,又要理解绝对值的几何意义,并能应用(1) $|a+b| \leq |a|+|b|$; (2) $|a-b| \leq |a-c|+|c-b|$ 证明不等式或求最值.

2. 复习不等式的证明时,要求学生了解和掌握不等式的常用证明方法:比较法、综合法、分析法、反证法、放缩法等.

>> 专题探究**探究一 绝对值不等式的解法与恒成立问题**

例 1 已知函数 $f(x) = |2x-1| + |x-2a|$.

(1) 当 $a=1$ 时,求 $f(x) \leq 3$ 的解集;

(2) 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) \leq 3$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

例 2 已知函数 $f(x) = -x^2 + ax + 4$, $g(x) = |x+1| + |x-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时,求不等式 $f(x) \geq g(x)$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geq g(x)$ 的解集包含 $[-1, 1]$,求 a 的取值范围.

【小结】1. 形如 $|x-a| + |x-b| \geq c$ (或 $\leq c$) 型的不等式主要有两种解法:

(1) 分段讨论法:利用绝对值号内式子对应方程的根,将数轴分为 $(-\infty, a]$, $(a, b]$, $(b, +\infty)$ (此处设 $a < b$) 三个部分,将每部分去掉绝对值号并分别列出的不等式求解,然后取各个不等式解集的并集;

(2) 图象法:作出函数 $y_1 = |x-a| + |x-b|$ 和 $y_2 = c$ 的图象,结合图象求解.

2. 不等式的恒成立问题是高考的重难点,此类问题一般有两种解法:

(1) 利用函数思想转化为函数的最值问题进行分析;

(2) 通过数形结合构造出两个函数,通过寻找临界状态得到参数的取值范围.

探究二 含绝对值不等式的最值问题

例 3 已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.

例 4 若关于 x 的不等式 $|2x+5| + |2x-1| - t \geq 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 实数 t 的最大值为 s .

(1) 求 s 的值;

(2) 若正实数 a, b 满足 $4a + 5b = s$, 求 $y = \frac{1}{a+2b} + \frac{4}{3a+3b}$ 的最小值.

【小结】含绝对值不等式的最值问题求法

(1) 图象法: 对于函数 $f(x) = |x-a| + |x-b|$, 利用绝对值号内式子对应方程的根, 将数轴分为 $(-\infty, a], (a, b], (b, +\infty)$ (此处设 $a < b$) 三个部分, 在每个部分上去掉绝对值号化函数 $f(x)$ 为分段函数作出其图象求得最值;

(2) 几何法: 利用 $|x-a| + |x-b| \geq c$ 或 $|x-a| + |x-b| \leq c$ 的几何意义: 数轴上到点 $x_1 = a$ 和 $x_2 = b$ 的距离之和大于等于 c (或小于等于 c) 全体, $|x-a| + |x-b| \geq |x-a-(x-b)| = |a-b|$ 求得最值;

(3) 代数法: 利用均值不等式求得最值.

探究三 不等式的证明问题

例 5 设不等式 $-2 < |x-1| - |x+2| < 0$ 的解集为 M , $a, b \in M$.

(1) 证明: $\left| \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b \right| < \frac{1}{4}$;

(2) 比较 $|1-4ab|$ 与 $2|a-b|$ 的大小, 并说明理由.

例 6 已知 a, b 均为正数, 且 $a+b=1$, 证明:

$$(1) (ax+by)^2 \leq ax^2 + by^2;$$

$$(2) \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}.$$

真题演练

1. (2019·全国卷 I) 已知 a, b, c 为正数, 且满足 $abc=1$. 证明:

$$(1) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2;$$

$$(2) (a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24.$$

【小结】利用基本不等式证明不等式是综合法证明不等式的一种情况, 证明思路是从已知不等式和问题的已知条件出发, 借助不等式的性质和有关定理, 经过逐步的逻辑推理最后转化为需证问题, 若不等式恒等变形之后与二次函数有关, 可用配方法.

2. (2018 · 全国卷 I) 已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.

3. (2019 · 全国卷 III) 设 $x, y, z \in \mathbf{R}$, 且 $x+y+z=1$.

(1) 求 $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2$ 的最小值;

(2) 若 $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-a)^2 \geq \frac{1}{3}$ 成立, 证明:
 $a \leq -3$ 或 $a \geq -1$.