2.(2018·全国卷Ⅱ)在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=4\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数)，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数).

(1)求 C 和 l 的直角坐标方程；

(2)若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为(1,2)，求 l 的斜率.

3.(2018·全国卷Ⅰ)在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$. 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

(1)求 C_2 的直角坐标方程；

(2)若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程.

温馨提示：请完成考点限时训练(二十)p_{153}

第 2 讲　不等式选讲(选修 4—5)

考情分析

年份	卷别	题号	考查内容	命题规律
2019	Ⅰ	23	不等式证明，三元均值不等式的应用	不等式选讲部分主要以考查绝对值不等式的解法为主，偶尔也考查不等式证明的方法，经常与函数结合，考查数形结合和转化与化归思想，考查去绝对值的方法是试题变化中不变的规律，基本不等式是考查不等式证明方法的主要依据，在求解过程中考查绝对值三角不等式的灵活应用能力. 关于不等式证明的方法，只有方法要求，因此它的载体丰富多彩. 全国高考试题仍然还是以选考试题(解答题)的形式出现，分值为10分，难度中等偏下.
	Ⅱ	23	绝对值不等式的解法，分类讨论的思想方法	
	Ⅲ	23	基本不等式求最值，不等式恒成立求参变量取值范围	
2018	Ⅰ	23	含绝对值不等式的解法，不等式恒成立求参变量取值范围	
	Ⅱ	23	含绝对值不等式的解法，不等式恒成立求参变量取值范围	
	Ⅲ	23	绝对值函数图象与最值	
2017	Ⅰ	23	含绝对值不等式和一元二次不等式的解法，不等式恒成立求参变量取值范围	
	Ⅱ	23	不等式证明(均值不等式)	
	Ⅲ	23	含绝对值不等式的解法，不等式解集非空求参变量取值范围	

备考建议

1. 复习含有绝对值的不等式时,既要掌握含绝对值不等式的解法及去绝对值的基本思想,又要理解绝对值的几何意义,并能应用(1)$|a+b|\leqslant|a|+|b|$;(2)$|a-b|\leqslant|a-c|+|c-b|$证明不等式或求最值.

2. 复习不等式的证明时,要求学生了解和掌握不等式的常用证明方法:比较法、综合法、分析法、反证法、放缩法等.

专题探究

探究一　绝对值不等式的解法与恒成立问题

例 1 已知函数 $f(x)=|2x-1|+|x-2a|$.

(1)当 $a=1$ 时,求 $f(x)\leqslant 3$ 的解集;

(2)当 $x\in[1,2]$时,$f(x)\leqslant 3$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

例 2 已知函数 $f(x)=-x^2+ax+4$,$g(x)=|x+1|+|x-1|$.

(1)当 $a=1$ 时,求不等式 $f(x)\geqslant g(x)$的解集;

(2)若不等式 $f(x)\geqslant g(x)$的解集包含$[-1,1]$,求 a 的取值范围.

【小结】1. 形如$|x-a|+|x-b|\geqslant c$(或$\leqslant c$)型的不等式主要有两种解法:

(1)分段讨论法:利用绝对值号内式子对应方程的根,将数轴分为$(-\infty,a]$,$(a,b]$,$(b,+\infty)$(此处设 $a<b$)三个部分,将每部分去掉绝对值号并分别列出对应的不等式求解,然后取各个不等式解集的并集;

(2)图象法:作出函数 $y_1=|x-a|+|x-b|$和 $y_2=c$ 的图象,结合图象求解.

2. 不等式的恒成立问题是高考的重难点,此类问题一般有两种解法:

(1)利用函数思想转化为函数的最值问题进行分析;

(2)通过数形结合构造出两个函数,通过寻找临界状态得到参数的取值范围.

探究二　含绝对值不等式的最值问题

例 3 已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$.

(1)求不等式 $f(x)\geqslant 1$ 的解集；

(2)若不等式 $f(x)\geqslant x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围.

例 4 若关于 x 的不等式 $|2x+5|+|2x-1|-t\geqslant 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$. 实数 t 的最大值为 s.

(1)求 s 的值；

(2)若正实数 a,b 满足 $4a+5b=s$，求 $y=\frac{1}{a+2b}+\frac{4}{3a+3b}$的最小值.

【小结】 含绝对值不等式的最值问题求法

(1)图象法：对于函数 $f(x)=|x-a|+|x-b|$，利用绝对值号内式子对应方程的根，将数轴分为 $(-\infty,a]$，$(a,b]$，$(b,+\infty)$(此处设 $a<b$)三个部分，在每个部分上去掉绝对值号化函数 $f(x)$ 为分段函数作出其图象求得最值；

(2)几何法：利用 $|x-a|+|x-b|\geqslant c$ 或 $|x-a|+|x-b|\leqslant c$ 的几何意义：数轴上到点 $x_1=a$ 和 $x_2=b$ 的距离之和大于等于 c(或小于等于 c)全体，$|x-a|+|x-b|\geqslant|x-a-(x-b)|=|a-b|$ 求得最值；

(3)代数法：利用均值不等式求得最值.

探究三　不等式的证明问题

例 5 设不等式 $-2<|x-1|-|x+2|<0$ 的解集为 M，$a,b\in M$.

(1)证明：$\left|\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b\right|<\frac{1}{4}$；

(2)比较 $|1-4ab|$ 与 $2|a-b|$ 的大小，并说明理由.

例6 已知 a,b 均为正数,且 $a+b=1$,证明:

(1) $(ax+by)^2\leqslant ax^2+by^2$;

(2) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2\geqslant\frac{25}{2}$.

【小结】利用基本不等式证明不等式是综合法证明不等式的一种情况,证明思路是从已知不等式和问题的已知条件出发,借助不等式的性质和有关定理,经过逐步的逻辑推理最后转化为需证问题,若不等式恒等变形之后与二次函数有关,可用配方法.

真题演练

1. (2019·全国卷Ⅰ)已知 a,b,c 为正数,且满足 $abc=1$. 证明:

(1) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\leqslant a^2+b^2+c^2$;

(2) $(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geqslant 24$.

2.(2018·全国卷Ⅰ)已知 $f(x)=|x+1|-|ax-1|$.

(1)当 $a=1$ 时,求不等式 $f(x)>1$ 的解集;

(2)若 $x\in(0,1)$时不等式 $f(x)>x$ 成立,求 a 的取值范围.

3.(2019·全国卷Ⅲ)设 $x,y,z\in\mathbf{R}$,且 $x+y+z=1$.

(1)求$(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2$ 的最小值;

(2)若$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-a)^2\geqslant\frac{1}{3}$成立,证明:$a\leqslant-3$ 或$a\geqslant-1$.

温馨提示:请完成考点限时训练(二十一)p156