

考点限时训练(七) 第7讲 三角恒等变换与解三角形

答案	题号
	1
	2
	3
	9
	10
	11

A组 基础演练

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \cdot \sin C$, 则 A 的取值范围是 ()

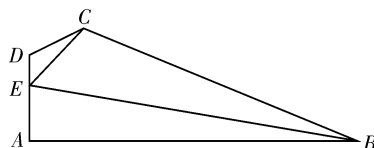
A. $(0, \frac{\pi}{6}]$ B. $[\frac{\pi}{6}, \pi)$

C. $(0, \frac{\pi}{3}]$ D. $[\frac{\pi}{3}, \pi)$
2. 若 $\frac{\cos 2\theta}{\sin(\theta + \frac{\pi}{4})} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\log_{\sqrt{2}}(\sin \theta - \cos \theta)$ 的值为 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2
3. $\frac{2\cos 10^\circ}{\cos 20^\circ} - \tan 20^\circ =$ ()

A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $(1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 21^\circ)(1 + \tan 22^\circ)(1 + \tan 23^\circ)(1 + \tan 24^\circ)(1 + \tan 25^\circ) =$ _____.
5. 已知 $\triangle ABC$ 中, $B = 60^\circ, AC = \sqrt{3}$, 则 $AB + 2BC$ 的最大值为 _____.
- * 6. 若 $\triangle ABC$ 的内角满足 $\sin A + \sqrt{2}\sin B = 2\sin C$, 则 $\cos C$ 的最小值是 _____.
7. 设函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \cos^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x$.
 - (1) 若 $|x| < \frac{\pi}{4}$, 求函数 $f(x)$ 的值域;
 - (2) 设 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的三个内角, 若 $f(\frac{A}{2}) = \frac{5}{2}$, $\cos(A+C) = -\frac{5\sqrt{3}}{14}$, 求 $\cos C$ 的值.

8. 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $DA \perp AB, DE = 1, EC = \sqrt{7}, EA = 2, \angle ADC = \frac{2\pi}{3}, \angle BEC = \frac{\pi}{3}$.



- (1) 求 $\sin \angle CED$ 的值;
- (2) 求 BE 的长.

B组 能力提升

9. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B 的对边分别为 a, b , 且 $A = 30^\circ, a = \sqrt{2}, b = 2$, 那么满足条件的 $\triangle ABC$ ()

A. 有一个解 B. 有两个解

C. 不能确定 D. 无解
- * 10. 若 $\triangle PQR$ 的三个顶点坐标分别为 $P(\cos A, \sin A), Q(\cos B, \sin B), R(\cos C, \sin C)$, 其中 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角且满足 $A < B < C$, 则 $\triangle PQR$ 的形状是 ()

A. 锐角或直角三角形

B. 钝角或直角三角形

C. 锐角三角形

D. 钝角三角形
11. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 $a, b, c, \frac{\pi}{3} < C < \frac{\pi}{2}, \frac{b}{a-b} = \frac{\sin 2C}{\sin A - \sin 2C}, a = 3, \sin B = \frac{\sqrt{11}}{6}$, 则 b 等于 ()

A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{3}$

* 12. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边为 a, b, c , 则下列命题正确的是_____.

①若 $ab > c^2$, 则 $C < \frac{\pi}{3}$;

②若 $a + b > 2c$, 则 $C < \frac{\pi}{3}$;

③若 $a^3 + b^3 = c^3$, 则 $C < \frac{\pi}{2}$;

④若 $(a + b)c < 2ab$, 则 $C > \frac{\pi}{2}$;

⑤若 $(a^2 + b^2)c^2 < 2a^2b^2$, 则 $C > \frac{\pi}{3}$.

13. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4, BC = 2$, 点 D 为 AB 延长线上一点, $BD = 2$, 连结 CD , 则 $\triangle BDC$ 的面积是_____, $\cos \angle BDC =$ _____.

* 14. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \sin(x + \frac{\pi}{4}) \sin(x - \frac{\pi}{4})$, 若 $x = x_0$ ($0 \leq x_0 \leq \frac{\pi}{2}$) 为函数 $f(x)$ 的一个零点, 则 $\cos 2x_0 =$ _____.

15. 已知向量 $\mathbf{a} = (2\cos^2 x, \sqrt{3}), \mathbf{b} = (1, \sin 2x)$, 函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

(1) 求函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 的单调递增区间;

(2) 若 $f(\alpha - \frac{\pi}{3}) = 2, \alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$, 求 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $a \neq b, c = \sqrt{3}, \cos^2 A - \cos^2 B = \sqrt{3} \sin A \cos A - \sqrt{3} \sin B \cos B$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $\sin A = \frac{4}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.