

## 考点限时训练(十九) 第3讲 函数与不等式的综合问题

答案  
题号

1

2

3

4

12

## A组 基础演练

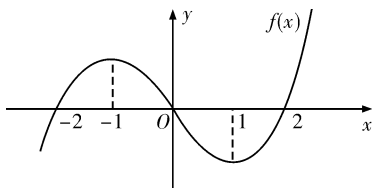
1. 函数  $f(x) = x^3 - 3ax - a$  在  $(0, 1)$  内有最小值, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $0 \leq a < 1$                       B.  $-1 < a < 1$   
C.  $0 < a < \frac{1}{2}$                       D.  $0 < a < 1$

2. 已知  $f(x) = \lg\left(\frac{2}{1-x} + a\right)$  是奇函数, 则使  $f(x) < 0$  的  $x$  的取值范围是

- A.  $(-1, 0)$                           B.  $(0, 1)$   
C.  $(-\infty, 0)$                       D.  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

3. 已知  $\mathbf{R}$  上可导函数  $f(x)$  的图象如图所示, 则不等式  $(x^2 - 2x - 3)f'(x) > 0$  的解集为



- A.  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$   
B.  $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$   
C.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (2, +\infty)$   
D.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$

4. 已知函数  $f(x) = \ln x + \tan a$  ( $a \in (0, \frac{\pi}{2})$ ) 的导函数为  $f'(x)$ , 若使得  $f'(x_0) = f(x_0)$  成立的  $x_0$  满足  $x_0 < 1$ , 则  $a$  的取值范围为

- A.  $(0, \frac{\pi}{4})$                           B.  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$   
C.  $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$                       D.  $(0, \frac{\pi}{3})$

5. 设  $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ , 当  $x \in [-1, 2]$  时,  $f(x) < m$  恒成立, 则实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

6. 设  $a \in \mathbf{R}$ , 若函数  $y = e^x + ax$ ,  $x \in \mathbf{R}$  有大于零的极值点, 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

7. 已知函数  $f(x) = e^x(2x-1) - ax + a$ , 其中  $a < 1$ , 若存在唯一的整数  $x_0$ , 使得  $f(x_0) < 0$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_. (e 为自然对数的底数)

8. 已知函数  $f(x) = e^x - \ln x - 2$ , 证明:  $f(x) > 0$ .

9. 设函数  $f(x) = a^2 \ln x - x^2 + ax, a > 0$ .

- (1) 求  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 求实数  $a$ , 使  $e-1 \leq f(x) \leq e^2$  对任意  $x \in [1, e]$  恒成立.

10. 已知  $f(x) = \ln x - x + a + 1$ .

- (1) 若存在  $x \in (0, +\infty)$ , 使得  $f(x) \geq 0$  成立, 求  $a$  的取值范围;
- (2) 求证: 在(1)的条件下, 当  $x > 1$  时,  $\frac{1}{2}x^2 + ax - a > x \ln x + \frac{1}{2}$  恒成立.

11. 已知函数  $f(x) = (x+1)\ln x - a(x-1)$ .

(1) 当  $a=4$  时, 求曲线  $y=f(x)$  在  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2) 若当  $x \in (1, +\infty)$  时,  $f(x) > 0$ , 求  $a$  的取值范围.

13. 已知  $f(x), g(x)$  分别是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数和偶函数, 且  $f(x) + g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ . 若存在  $x_0 \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ , 使得等式  $af(x_0) + g(2x_0) = 0$  成立, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x) = \ln x, g(x) = \frac{1}{2}ax^2 + bx, a \neq 0$ .

(1) 若  $b=2$ , 且  $h(x) = f(x) - g(x)$  存在单调递减区间, 求  $a$  的取值范围;

(2) 设函数  $f(x)$  的图象  $C_1$  与函数  $g(x)$  的图象  $C_2$  交于点  $P, Q$ , 过线段  $PQ$  的中点作  $x$  轴的垂线分别交  $C_1, C_2$  于点  $M, N$ , 证明:  $C_1$  在点  $M$  处的切线与  $C_2$  在点  $N$  处的切线不平行.

### B组 强化提高

12. 设函数  $f(x) = e^x \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2\right) - 2ae^x - x$ , 若不等式  $f(x) \leq 0$  在  $[-2, +\infty)$  上有解, 则实数  $a$  的最小值为

A.  $-\frac{3}{2} - \frac{1}{e}$

B.  $-\frac{3}{2} - \frac{2}{e}$

C.  $-\frac{3}{4} - \frac{1}{2e}$

D.  $-1 - \frac{1}{e}$