

考点限时训练(十九) 第3讲 函数与不等式的综合问题

答案
题号

1

2

3

4

12

A组 基础演练

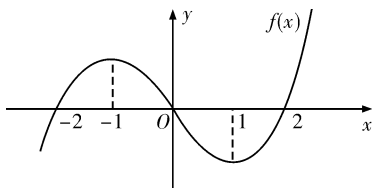
1. 函数 $f(x) = x^3 - 3ax - a$ 在 $(0, 1)$ 内有最小值, 则 a 的取值范围是

- A. $0 \leq a < 1$ B. $-1 < a < 1$
C. $0 < a < \frac{1}{2}$ D. $0 < a < 1$

2. 已知 $f(x) = \lg\left(\frac{2}{1-x} + a\right)$ 是奇函数, 则使 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, 1)$
C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

3. 已知 \mathbf{R} 上可导函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则不等式 $(x^2 - 2x - 3)f'(x) > 0$ 的解集为



- A. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
B. $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$
C. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (2, +\infty)$
D. $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$

4. 已知函数 $f(x) = \ln x + \tan a$ ($a \in (0, \frac{\pi}{2})$) 的导函数为 $f'(x)$, 若使得 $f'(x_0) = f(x_0)$ 成立的 x_0 满足 $x_0 < 1$, 则 a 的取值范围为

- A. $(0, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$
C. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ D. $(0, \frac{\pi}{3})$

5. 设 $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$, 当 $x \in [-1, 2]$ 时, $f(x) < m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为_____.

6. 设 $a \in \mathbf{R}$, 若函数 $y = e^x + ax$, $x \in \mathbf{R}$ 有大于零的极值点, 则 a 的取值范围为_____.

7. 已知函数 $f(x) = e^x(2x-1) - ax + a$, 其中 $a < 1$, 若存在唯一的整数 x_0 , 使得 $f(x_0) < 0$, 则 a 的取值范围是_____. (e 为自然对数的底数)

8. 已知函数 $f(x) = e^x - \ln x - 2$, 证明: $f(x) > 0$.

9. 设函数 $f(x) = a^2 \ln x - x^2 + ax, a > 0$.

- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间;
 (2) 求实数 a , 使 $e-1 \leq f(x) \leq e^2$ 对任意 $x \in [1, e]$ 恒成立.

10. 已知 $f(x) = \ln x - x + a + 1$.

- (1) 若存在 $x \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) \geq 0$ 成立, 求 a 的取值范围;
 (2) 求证: 在(1)的条件下, 当 $x > 1$ 时, $\frac{1}{2}x^2 + ax - a > x \ln x + \frac{1}{2}$ 恒成立.

11. 已知函数 $f(x) = (x+1)\ln x - a(x-1)$.

(1) 当 $a=4$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$, 求 a 的取值范围.

13. 已知 $f(x), g(x)$ 分别是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数和偶函数, 且 $f(x) + g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. 若存在 $x_0 \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, 使得等式 $af(x_0) + g(2x_0) = 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知函数 $f(x) = \ln x, g(x) = \frac{1}{2}ax^2 + bx, a \neq 0$.

(1) 若 $b=2$, 且 $h(x) = f(x) - g(x)$ 存在单调递减区间, 求 a 的取值范围;

(2) 设函数 $f(x)$ 的图象 C_1 与函数 $g(x)$ 的图象 C_2 交于点 P, Q , 过线段 PQ 的中点作 x 轴的垂线分别交 C_1, C_2 于点 M, N , 证明: C_1 在点 M 处的切线与 C_2 在点 N 处的切线不平行.

B组 强化提高

12. 设函数 $f(x) = e^x \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2\right) - 2ae^x - x$, 若不等式 $f(x) \leq 0$ 在 $[-2, +\infty)$ 上有解, 则实数 a 的最小值为

A. $-\frac{3}{2} - \frac{1}{e}$

B. $-\frac{3}{2} - \frac{2}{e}$

C. $-\frac{3}{4} - \frac{1}{2e}$

D. $-1 - \frac{1}{e}$