

9. 设 $x, y \in \mathbf{R}, \mathbf{i}, \mathbf{j}$ 为直角坐标系内 x, y 轴正方向上的单位向量, 若向量 $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + (y+2)\mathbf{j}, \mathbf{b} = x\mathbf{i} + (y-2)\mathbf{j}$, 且 $|\mathbf{a}| + |\mathbf{b}| = 8$.

(1) 求点 $M(x, y)$ 的轨迹 C 的方程;

(2) 过点 $(0, 3)$ 作直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 设 $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB}$, 是否存在这样的直线 l , 使得四边形 $OAPB$ 是矩形? 若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 试说明理由.

10. 双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左右顶点分别为 A_1, A_2 , 动直线 l 垂直 Γ 的实轴, 且交 Γ 于不同的两点 M, N , 直线 A_1N 与直线 A_2M 的交点为 P .

(1) 求点 P 的轨迹 C 的方程;

(2) 过点 $H(1, 0)$ 作 C 的两条互相垂直的弦 DE, FG , 证明: 过两弦 DE, FG 中点的直线恒过定点.

B 组 强化提高

11. 已知圆 $O_1: (x-2)^2 + y^2 = 16$ 和圆 $O_2: x^2 + y^2 = r^2$ ($0 < r < 2$), 动圆 M 与圆 O_1, O_2 都相切, 动圆圆心 M 的轨迹为两个椭圆, 这两个椭圆的离心率分别为 e_1, e_2 ($e_1 > e_2$), 则 $e_1 + 2e_2$ 的最小值是

A. $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{3}{8}$

12. 已知圆 $D: (x+1)^2 + y^2 = 16$, 圆 C 过点 $B(1, 0)$ 且与圆 D 相切, 设圆心 C 的轨迹为曲线 E .

(1) 求曲线 E 的方程;

(2) 点 $A(-2, 0)$, P, Q 为曲线 E 上的两点(不与点 A 重合), 记直线 AP, AQ 的斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $k_1 k_2 = 2$, 请判断直线 PQ 是否过定点. 若过定点, 求该定点坐标; 若不过定点, 请说明理由.

13. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 过点 $M(1, -1)$ 的动直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点. 当 $l \perp x$ 轴时, $|AB| = \sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) y 轴上是否存在定点 N , 使得 $k_{NA} + k_{NB}$ 为定值? 并说明理由.