

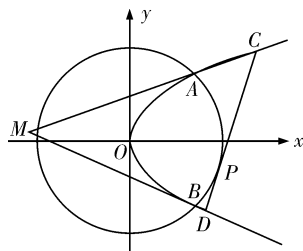
考点限时训练(十五) 第 15 讲 直线与圆锥曲线的综合问题

答案	题号
	1
	2
	3
	4
	10
	11

A 组 基础演练

- 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点, 点 P 为椭圆 C 上的动点, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的重心 G 的轨迹方程为 ()
 - $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1 (y \neq 0)$
 - $\frac{4x^2}{9} + y^2 = 1 (y \neq 0)$
 - $\frac{9x^2}{4} + 3y^2 = 1 (y \neq 0)$
 - $x^2 + \frac{4y^2}{3} = 1 (y \neq 0)$
- 过 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 M, N 两点, 则 $\frac{1}{|MF|} + \frac{1}{|NF|}$ 为定值, 这个定值是 ()
 - p
 - $2p$
 - $\frac{p}{2}$
 - $\frac{2}{p}$
- 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, O 是坐标原点, 过 F_2 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 P . 若 $|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$, 则 C 的离心率为 ()
 - $\sqrt{5}$
 - 2
 - $\sqrt{3}$
 - $\sqrt{2}$
- 已知 A, B 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点, 不同两点 P, Q 在椭圆 C 上, 且关于 x 轴对称, 设直线 AP, BQ 的斜率分别为 m, n , 则当 $\frac{2b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{1}{2mm} + \ln |m| + \ln |n|$ 取最小值时, 椭圆 C 的离心率为 ()
 - $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- M 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上的任意一点, F_1, F_2 是椭圆的左、右焦点, 则 $|MF_1| \cdot |MF_2|$ 的最大值是_____.
- 已知 F 为抛物线 $y^2 = x$ 的焦点, 点 A, B 在该抛物线上且位于 x 轴的两侧, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$ (其中 O 为坐标原点), 则 $\triangle ABO$ 与 $\triangle AFO$ 面积之和的最小值是_____.
- 如图, 抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 8$ 相交于 A, B 两点, 且点 A 的横坐标为 2. 过劣弧 AB 上一动点 $P(x_0, y_0)$ 作圆 O 的切线交抛物线 E 于 C, D 两点, 分别以

- C, D 为切点作抛物线 E 的切线 l_1, l_2, l_1 与 l_2 相交于点 M .
- 求 p 的值;
 - 求动点 M 的轨迹方程.



8. 在平面直角坐标系中, 点 $P(x, y)$ 为动点, 已知点 $A(\sqrt{2}, 0)$, $B(-\sqrt{2}, 0)$, 直线 PA 与 PB 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$.

(1) 求动点 P 的轨迹 E 的方程;

(2) 过点 $F(1, 0)$ 的直线 l 交曲线 E 于 M, N 两点, 设点 N 关于 x 轴的对称点为 Q (M, Q 不重合), 求证: 直线 MQ 过 x 轴上一定点.

9. 设抛物线 C 的方程为 $x^2 = 4y$, M 为直线 $l: y = -m (m > 0)$ 上任意一点, 过点 M 作抛物线 C 的两条切线 MA, MB , 切点分别为 A, B .

(1) 当 M 的坐标为 $(0, -1)$ 时, 求过 M, A, B 三点的圆的标准方程, 并判断直线 l 与此圆的位置关系;

(2) 当 m 变化时, 试探究直线 l 上是否存在点 M , 使 $MA \perp MB$? 若存在, 有几个这样的点, 若不存在, 请说明理由.

B组 能力提升

10. 设 O 为坐标原点, P 是以 F 为焦点的抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上任意一点, M 是线段 PF 上的点, 且 $|PM| = 2|MF|$, 则直线 OM 的斜率的最大值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

11. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, P 为双曲线上一点, 过 F_1 作 $\angle F_1PF_2$ 的平分线的垂线, 垂足为 H , 则点 H 的轨迹为 ()

- A. 椭圆 B. 双曲线
 C. 圆 D. 抛物线

12. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 P 为抛物线上的动点, 若 $A(-1, 0)$, 则 $\frac{|PF|}{|PA|}$ 的最小值为_____.

13. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 左顶点 M 到直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 的距离 $d = \frac{4\sqrt{5}}{5}$, O 为坐标原点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 若以 AB 为直径的圆经过坐标原点, 证明: 点 O 到直线 AB 的距离为定值;

(3) 在(2)的条件下, 试求 $\triangle AOB$ 的面积 S 的最小值.