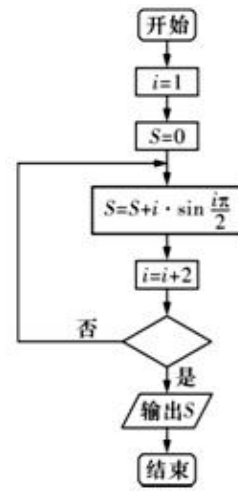




7.运行如图所示的程序框图，若输出的S的值为101，则判断框中可以填（ ）

- A.  $i > 200?$
- B.  $i \geq 201?$
- C.  $i > 202?$
- D.  $i > 203?$



8.将函数  $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6}) - 1$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度得到函数  $g(x)$  的图象，则下列说法正确的是（ ）

- A. 函数  $g(x)$  的最小正周期是  $\frac{\pi}{2}$
- B. 函数  $g(x)$  的图象关于直线  $x = -\frac{\pi}{12}$  对称
- C. 函数  $g(x)$  在  $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$  上单调递减
- D. 函数  $g(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{6})$  上的最大值是 1

9.小王因上班繁忙，来不及做午饭，所以叫了外卖。假设小王和外卖小哥都在 12:00~12:10 之间随机到达小王所居住的楼下，则小王在楼下等候外卖小哥的时间不超过 5 分钟的概率是（ ）

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{4}{5}$
- C.  $\frac{3}{4}$
- D.  $\frac{3}{8}$

10.已知长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  各个顶点都在球面上， $AB = AD = 8$ ， $AA_1 = 6$ ，过棱  $AB$  作该球的截面，则当截面面积最小时，球心到截面的距离为（ ）。

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

11.已知  $f(x)$  是偶函数，当  $x \geq 0$  时， $f(x) = \begin{cases} 2^x & 0 \leq x < 2 \\ 8 - 2x & x \geq 2 \end{cases}$ ，若  $f(a - 1) < f(-1)$ ，

则  $a$  的取值范围是（ ）

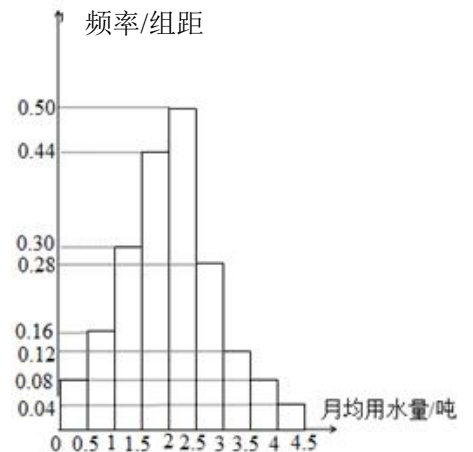
- A.  $(-1, 1)$
- B.  $(-2, 0) \cup (2, 4)$
- C.  $(-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$
- D.  $(-\infty, -2) \cup (0, 2) \cup (4, +\infty)$

12.已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，过  $F_1$  的直线  $l$  与双曲线  $C$  的左支交于  $A, B$  两点。若  $|AB| = |AF_2|$ ， $\angle BAF_2 = 120^\circ$ ，则双曲线  $C$  的渐近线方程为（ ）

- A.  $y = \pm(\sqrt{3} - 1)x$
- B.  $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}x$
- C.  $y = \pm(\sqrt{3} - \sqrt{2})x$
- D.  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把各题答案的最简形式写在题中的横线上。

13. 为了解某市居民用水情况，通过抽样，获得了 100 位居民某年的月均用水量（单位：吨），将该数据按照  $[0, 0.5)$ ,  $[0.5, 1)$ ,  $\dots$ ,  $[4.4, 4.5]$  分成 9 组，绘制了如图所示的频率分布直方图，政府要试行居民用水定额管理，制定了一个用水量标准  $a$ ，使 85% 的居民用水量不超过  $a$ （假设  $a$  为整数），按平价收水费，超出  $a$  的部分按议价收费，则  $a$  的最小值为\_\_\_\_\_。



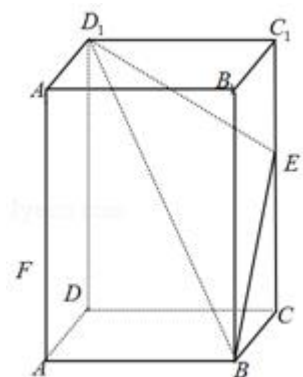
14. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点  $F$ ，点  $M(x_0, 6\sqrt{6})$  ( $x_0 > \frac{p}{2}$ ) 是抛物线上一点，以  $M$  为圆心的圆与直线  $x = \frac{p}{2}$  交于  $A, B$  两点 ( $A$  在  $B$  的上方)，若  $\sin \angle MFA = \frac{5}{7}$ ，则抛物线  $C$  的方程为\_\_\_\_\_。

15. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $a_4 = -3$ ， $S_{12} = 24$ ，若  $a_i + a_j = 0$  ( $i, j \in \mathbb{N}^*$ ，且  $1 \leq i < j$ )，则  $i$  的取值集合是\_\_\_\_\_。

16. 如图，已知在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $AB = 3$ ， $AD = 4$ ， $AA_1 = 5$ ，点  $E$  为  $CC_1$  上的一个动点，平面  $BED_1$  与棱  $AA_1$  交于点  $F$ ，给出下列命题：

- ① 四棱锥  $B_1 - BED_1F$  的体积为 20；
- ② 存在唯一的点  $E$ ，使截面四边形  $BED_1F$  的周长取得最小值  $2\sqrt{74}$ ；
- ③ 当  $E$  点不与  $C, C_1$  重合时，在棱  $AD$  上均存在点  $G$ ，使得  $CG \parallel$  平面  $BED_1$ ；
- ④ 存在唯一一点  $E$ ，使得  $B_1D \perp$  平面  $BED_1$ ，且  $CE = \frac{16}{5}$ 。

其中正确的命题是\_\_\_\_\_（填写所有正确的序号）。



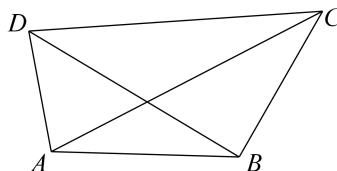
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

如图,在四边形  $ABCD$  中,  $\angle ADB = 45^\circ$ ,  $\angle BAD = 105^\circ$ ,  $AD = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 3$ .

- (1) 求边  $AB$  的长及  $\cos \angle ABC$  的值;  
 (2) 若记  $\angle ABC = \alpha$ , 求  $\sin(2\alpha - \frac{\pi}{3})$  的值.

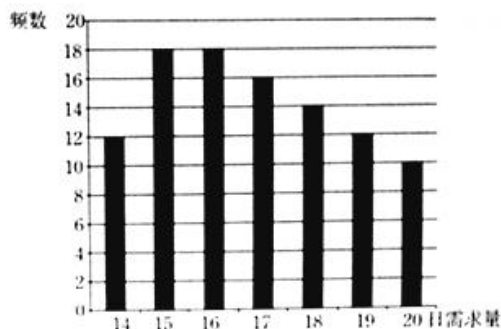


18. (本小题满分 12 分)

某蛋糕店每天制作生日蛋糕若干个, 每个生日蛋糕成本为 50 元, 每个蛋糕的售价为 100 元, 如果当天卖不完, 剩余的蛋糕作垃圾处理. 现搜集并整理了 100 天生日蛋糕的日需求量 (单位: 个), 得到如图所示的柱状图. 100 天记录的各需求量的频率作为每天各需求量发生的概率.

(1) 若该蛋糕店某一天制作生日蛋糕 17 个, 设当天的需求量为  $n(n \in \mathbf{N})$ , 当天的利润  $y$  (单位: 元), 求  $y$  关于  $n$  的函数解析式; 并求当天的利润不低于 600 元的概率;

(2) 若蛋糕店计划一天制作 16 个或 17 个生日蛋糕, 请你以蛋糕店一天利润的平均值作为决策依据, 应该制作 16 个还是 17 个生日蛋糕?

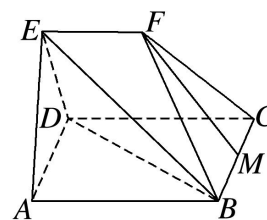


19. (本小题满分 12 分)

在如图所示的五面体  $ABCDEF$  中, 四边形  $ABCD$  为菱形, 且  $\angle DAB=60^\circ$ ,  $EA=ED=AB=2EF=2$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $M$  为  $BC$  的中点.

(1) 求证:  $FM \parallel$  平面  $BDE$ ;

(2) 若平面  $ADE \perp$  平面  $ABCD$ , 求点  $F$  到平面  $BDE$  的距离.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 - x$ .

(1) 若函数  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上单调递增, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若函数  $f(x)$  在  $x=1$  处的切线平行于  $x$  轴, 是否存在整数  $k$ , 使不等式  $x[f(x)+x-1] > k(x-2)$  在  $x > 1$  时恒成立? 若存在, 求出  $k$  的最大值; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知斜率为  $k$  的直线  $l$  与椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  交于  $A, B$  两点, 线段  $AB$

的中点为  $M(1, m)$  ( $m > 0$ ).

(1) 证明:  $k < -\frac{1}{2}$ ;

(2) 设  $F$  为  $C$  的右焦点,  $P$  为  $C$  上一点, 且  $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \vec{0}$ . 试探究:  $|\overrightarrow{FA}|$ ,  $|\overrightarrow{FP}|$ ,  $|\overrightarrow{FB}|$  是否成等差数列, 如果是, 给予证明, 并求该数列的公差; 如果不是, 请适当增加条件, 使之成为等差数列.

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中，曲线  $C_1: x^2+y^2 - 4x=0$ ，直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$

为参数)，其中  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{6})$ ，以坐标原点  $O$  为极点， $x$  轴非负半轴为极轴，建立极坐标系。

(1) 求曲线  $C_1$  的极坐标方程和直线  $l$  的普通方程；

(2) 设  $M(4, 0)$ ， $C_2$  的极坐标方程  $\rho=4\sqrt{3}\sin\theta$ ， $A, B$  分别为直线  $l$  与曲线  $C_1, C_2$  异于原点的公共点，当  $\angle AMB=30^\circ$  时，求直线  $l$  的斜率。

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5：不等式选讲

函数  $f(x) = |2x - 2| + |x + 3|$ 。

(1) 求不等式  $f(x) \geq 2x + 5$  的解集；

(2) 若  $f(x)$  的最小值为  $k$ ，且实数  $a, b, c$  满足  $a(b+c) = k$ ，求证： $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 8$ 。