长郡中学 2020 届高三“停课不停学”阶段性检测

文科数学

一、选择题：本大题共 12 个小题,每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设全集$U=R,A=\{x|x^2-x-6<0\},B=\{x|y=\ln(1-x)\}$，则$A\bigcap(C_U B)$=(　A　)

A.[1，3)　　　B. (1，3]　　　C.(1，3)　　　D.(－2，1]

2.设复数$z=\dfrac{1+i}{1-i}+(3+3i)$（其中 i 为虚数单位），则下列说法中正确的是（　**C**　）

A．它的实部为-3　　　B．共轭复数$\overline{z}=3+4i$

C．它的模$|z|=5$　　　D．在复平面对应的点的坐标为$(3,-4)$

3.已知向量$\vec{a}$=(1，0)，$\vec{b}$=(-3，4)的夹角为θ，则 sin2θ等于(　C　)

A. $-\dfrac{7}{25}$　　　B. $\dfrac{7}{25}$　　　C. $-\dfrac{24}{25}$　　　D. $\dfrac{24}{25}$

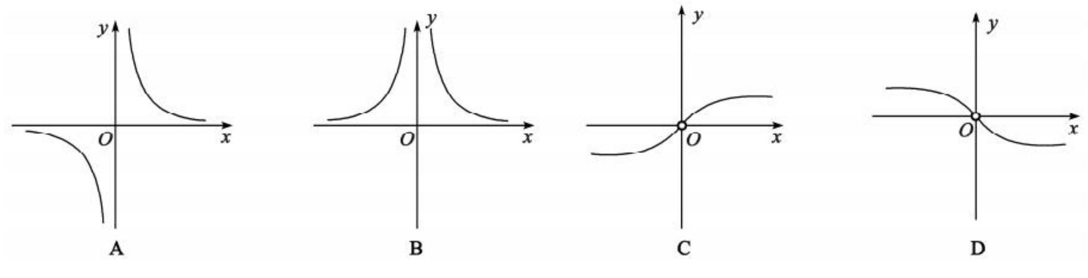
4.设 a＝log₃18，b＝log₄24，c＝$2^{\frac{3}{4}}$，则 a、b、c 的大小关系是（　D　）

A. $a<b<c$　　　B. $a<c<b$　　　C. $b<c<a$　　　D. $c<b<a$

【解析】c＝$2^{\frac{3}{4}}<2$，a＝$\log_3^{18}>\log_3^{9}=2,b=\log_4^{24}>\log_4^{16}>2$ **，所以 c 最小，因为**

a＝$\log_3^{18}=1+\log_3^{6},b=\log_4^{24}=1+\log_4^{6}$，$\because\log_4^{6}<\log_3^{6}\therefore a>b$，**故选 D**

5.函数$f(x)=\dfrac{\ln(x^2+1)}{x^3}$的大致图象是（ A　）



6．已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $4a_1$，$2a_2$，a_3 依次等差数列，若 a_1＝1，则 S_{10}＝（B）

A．512　　　B．1023　　　C．1024　　　D．2047

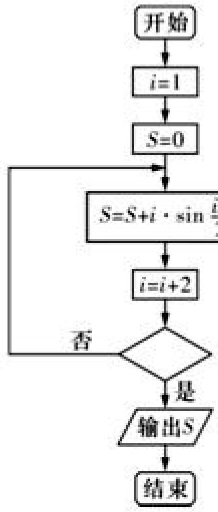
7．运行如图所示的程序框图，若输出的 S 的值为 101，则判断框中可以填　(　C　)

A. i>200?

B. i≥201?

C. i>202?

D. i>203?



【解析】程序的功能是计算 $S=1\sin\frac{\pi}{2}+3\sin\frac{3\pi}{2}+5\sin\frac{5\pi}{2}+7\sin\frac{7\pi}{2}+\cdots=$

$1-3+5-7+\cdots$**，而 101＝1+50×2＝1-3+5-7+9+⋯-199+201，**

i **＝201+2＝203，故条件为 202?，故选 C**

8.将函数 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$的图象，则下列说法正确的是(　　C　)

A.函数 $g(x)$的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$　　　　B.函数 $g(x)$的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称

C.函数 $g(x)$在$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$上单调递减　　　　D.函数 $g(x)$在(0，$\frac{\pi}{6}$)上的最大值是 1

【解析】 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$**，最小正周期 T**$=\frac{2\pi}{2}=\pi$**，选项 A 错误;**

当 $x=-\frac{\pi}{12}$ **时，**$g(-\frac{\pi}{12})$**＝-1，即函数** $g(x)$**的图象关于点** $(-\frac{\pi}{12},-1)$ **对称，选项 B 错误;**

当 $x\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$ **时，**$2x+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6})$**，∴函数** $g(x)$**在**$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$**上单调递减，选项 C 正确;**

∵函数 $g(x)$**在(0.** $\frac{\pi}{6}$**)上单调递增，**$g(x)<g(\frac{\pi}{6})=1$**，即函数 g(x)在(0，**$\frac{\pi}{6}$**)上没有最大值，**

∴选项 D 错误，故选 C

9.小王因上班繁忙，来不及做午饭，所以叫了外卖。假设小王和外卖小哥都在 12：00～12：10 之间随机到达小王所居住的楼下，则小王在楼下等候外卖小哥的时间不超过 5 分钟的概率是（ D　）

A.$\frac{1}{2}$　　　B.$\frac{4}{5}$　　　C.$\frac{3}{4}$　　　D.$\frac{3}{8}$

10.已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 各个顶点都在球面上，$AB=AD=8$，$AA_1=6$，过棱 AB 作该球的截面，则当截面面积最小时，球心到截面的距离为（　C　).

A.3　　　B.4　　　C.5　　　D.6

【解析】易知球O的半径为$r=\frac{1}{2}\sqrt{8^2+8^2+6^2}=\sqrt{41}$，

取AB中点O_1，则当截面与OO_1垂直时，截面面积最小，

此时球心到截面的距离为$d=\sqrt{r^2-(\frac{1}{2}|AB|)^2}=\sqrt{(\sqrt{41})^2-4^2}=5$．故选 C.

11.已知f（x）是偶函数，当x≥0 时，$f(x)=\begin{cases}2^x & 0\le x<2\\ 8-2x & x\ge 2\end{cases}$，若$f$（$a$﹣1）＜$f$（﹣1），则$a$的取值范围是（　　）

A．（﹣1，1）

B．（﹣2，0）∪（2，4）

C.（﹣∞，﹣3）∪（﹣1，1）∪（3，+∞）

D．（﹣∞，﹣2）∪（0，2）∪（4，+∞）

【解析】：f（x）是偶函数，且当x≥0 时，$f(x)=\begin{cases}2^x & 0\le x<2\\ 8-2x & x\ge 2\end{cases}$，

故当x＜0 时，﹣x＞0，

f（﹣x）＝f（x）＝$\begin{cases}2^{-x} & -2<x\le 0\\ 8+2x & x\le -2\end{cases}$，

由f（a﹣1）＜f（﹣1）＝f（1）＝2，

若 0≤a﹣1＜2 即 1≤a＜3 时，可得f（a﹣1）＝2^{a-1}＜2，解可得，a＜2，

此时 1≤a＜2，

若a﹣1≥2 即a≥3 时，f（a﹣1）＝8﹣2（a﹣1）＝10﹣2a＜2，解可得，a＞4，

此时a＞4，

则a的取值范围a＞4 或 1≤a＜2，

同理，当a﹣1＜0 时，可得a的范围 0＜a≤1 或a＜﹣2，

综上可得，a的范围（﹣∞，﹣2）∪（0，2）∪（4，+∞）．故选：*D*.

12．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线 l 与双曲线 C 的左支交于 A、B 两点。若|AB|＝|AF_2|，∠BAF_2＝120°，则双曲线 C 的渐近线方程为（　　）

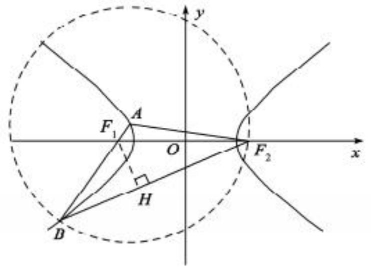
A. $y=\pm(\sqrt{3}-1)x$　　B. $y=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}x$　　C. $y=\pm(\sqrt{3}-\sqrt{2})x$　　D. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$

【解析】 12. A 【解析】设 $|AF_2|=m$，由双曲线的定义，得 $|AF_1|=m-2a$；由 $|AF_2|=|AB|$，

得 $m=|BF_1|+(m-2a)$，解得 $|BF_1|=2a$，所以 $|BF_2|=4a$；在 $\triangle BF_1F_2$ 中，$\angle F_1BF_2=30°$.

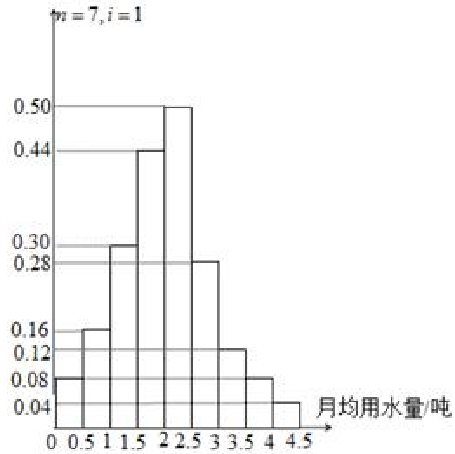
过 F_1 作 $F_1H\perp BF_2$，H 为垂足，则 $F_1H=a$，$BH=\sqrt{3}a$. 在直角三角形 F_1HF_2 中，

$a^2+(4a-\sqrt{3}a)^2=(2c)^2$，结合 $c^2=a^2+b^2$，解得，$\frac{b}{a}=\sqrt{3}-1$，故选 A.



二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把各题答案的最简形式写在题中的横线上．

13.为了解某市居民用水情况，通过抽样，获得了 100 位居民某年的月均用水量（单位：吨），将该数据按照[0，0.5)，[0.5，1)，…[4.4.5]分成 9 组，绘制了如图所示的**频率分布直方图**，政府要试行居民用水定额管理，制定了一个用水量标准 a，使 85%的居民用水量不超过 a(假设 a 为整数)，按平价收水费，超出 a 的部分按议价收费，则 a 的最小值为____________.



【答案】3 吨

14.已知抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点 F，点 $M(x_0,6\sqrt{6})(x_0>\frac{p}{2})$ 是抛物线上一点，以 M 为圆心的圆与直线 $x=\frac{p}{2}$ 交于 A、B 两点（A 在 B 的上方），若 $\sin\angle MFA=\frac{5}{7}$，则抛物线 C 的方程为________________.

【解析】：如图所示，过 M 点作 $CM\perp$ 直线 $x=\frac{p}{2}=\frac{p}{2}$，

垂足为 C，交准线于 D，

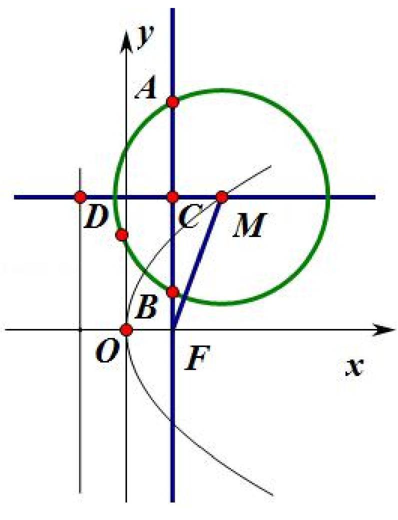
$\therefore \sin\angle MFA=\frac{5}{7}=\frac{MC}{MF}$，**由抛物线定义可得：$MF=MD$，**

$\therefore \frac{MC}{MF}=\frac{x_0-\frac{p}{2}}{x_0+\frac{p}{2}}=\frac{5}{7}$，　$5x_0+\frac{5}{2}p=7x_0-\frac{7}{2}p$

$\therefore x_0=3p$

$\because$ **点** $M(x_0,\ 6\sqrt{6})(x_0>\frac{p}{2})$ **是抛物线上一点，**

$\therefore (6\sqrt{6})^2=2px_0$，　**$36\times6=6p^2$，$\therefore p=6$，$\therefore y^2=12x$**



15.已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_4=-3$，$S_{12}=24$，若 $a_i+a_j=0$(i，j∈N^*，且 $1\leqslant i<j$)，则 i 的取值集合是________.

【解析】：{1，2，3，4，5}

8.C 【解析】设公差为 d，由 $a_1+3d=-3$ 及 $12a_1+\frac{12\times 11}{2}d=24$，解得 $a_1=-9$，$d=2$，所以数列为$-9,-7,-5,-3,-1,1,3,5,7,9,11,\cdots\cdots$，故 $i\in\{1,2,3,4,5\}$，故选 C.

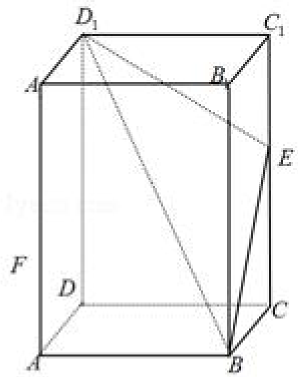
16.如图，已知在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=3$，$AD=4$，$AA_1=5$，点 E 为 CC_1 上的一个动点，平面 BED_1 与棱 AA_1 交于点 F，给出下列命题：

①四棱锥 B_1-BED_1F 的体积为 20；

②存在唯一的点 E，使截面四边形 BED_1F 的周长取得最小值 $2\sqrt{74}$；

③当 E 点不与 C，C_1 重合时，在棱 AD 上均存在点 G，使得 CG∥平面 BED_1；

④存在唯一一点 E，使得 $B_1D\perp$平面 BED_1，且 $CE=\frac{16}{5}$.



其中正确的命题是__①②④__（填写所有正确的序号）

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

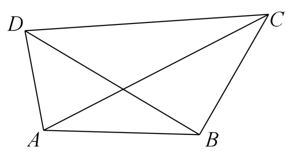
（一）必考题：共 60 分．

17.（本小题满分 12 分）

如图,在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADB=45°,\angle BAD=105°,\ AD=\frac{\sqrt{6}}{2},\ \ BC=2,AC=3$．

（1）求边 AB 的长及 $\cos\angle ABC$ 的值；

（2）若记 $\angle ABC=\alpha$，求 $\sin(2\alpha-\frac{\pi}{3})$ 的值．



第 17 题图

17.【解析】：(1)在 ΔABD 中，$\angle ABD=30^{\circ},\frac{AD}{\sin\angle ABD}=\frac{AB}{\sin\angle ADB},$

$$\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}};\therefore AB=\sqrt{3};$$ ……………………………………**3 分**

在 ΔABC 中， $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\times BC\times\cos\angle ABC;$

$\therefore 3^2=3+2^2-2\sqrt{3}\times 2\cos\angle ABC,\quad \therefore \cos\angle ABC=-\frac{\sqrt{3}}{6}.$ ……………………**6 分**

(2) 由(1)知 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{6},\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi),$

$\therefore \sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{\sqrt{33}}{6},\sin 2\alpha=-\frac{\sqrt{11}}{6},\cos 2\alpha=-\frac{5}{6},$ ………………………**9 分**

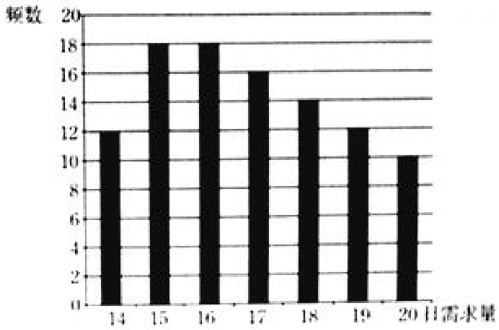
$\therefore \sin(2\alpha-\frac{\pi}{3})=\sin 2\alpha\cos\frac{\pi}{3}-\cos 2\alpha\sin\frac{\pi}{3}=\frac{5\sqrt{3}-\sqrt{11}}{12}.$ ……………………**12 分**

18.（本小题满分 12 分）

某蛋糕店每天制作生日蛋糕若干个，每个生日蛋糕成本为50元，每个蛋糕的售价为100元，如果当天卖不完，剩余的蛋糕作垃圾处理．现搜集并整理了100天生日蛋糕的日需求量（单位：个)，得到如图所示的柱状图．100天记录的各需求量的频率作为每天各需求量发生的概率．

（1）若该蛋糕店某一天制作生日蛋糕17个，设当天的需求量为$n(n\in\mathbf{N})$，当天的利润y（单位：元）求y关于n的函数解析式；并求当天的利润不低于600元的概率；

（2）若蛋糕店计划一天制作16个或17个生日蛋糕，请你以蛋糕店一天利润的平均值作为决策依据，应该制作16个还是17个生日蛋糕？



【解析】 （1）得当天的利润y关于当天需求量n的函数解析式为：

$$y=\begin{cases}100n-850(n\le 16)\\ 850(n\ge 17)\end{cases}(n\in\mathbf{N}).$$ ……………**3 分**

设“当天利润不低于600”为事件A，

由依题可知，“当天利润不低于600”等价于“需求量不低于15个”，

∴ $P(A)=1-\frac{12}{100}=\frac{22}{25}$，所以当天的利润不低于600元的概率为$\frac{22}{25}$．……………**6 分**

（2）若一天制作16个蛋糕，

则平均利润为$\overline{x_1}=\frac{1}{100}(600\times12+700\times18+800\times70)=758$；……………**8 分**

若一天制作17个蛋糕，

则平均利润为$\overline{x_2}=\frac{1}{100}(550\times12+650\times18+750\times18+850\times52)=760$，……………**10 分**

∵ $\overline{x_1}<\overline{x_2}$，

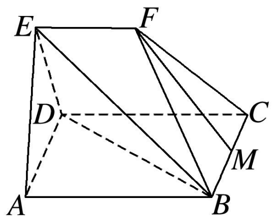
∴蛋糕店一天应该制作17个生日蛋糕．……………12 分

19.（本小题满分 12 分）

在如图所示的五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 为菱形，且∠DAB＝60°，EA＝ED＝AB＝2EF＝2，EF∥AB，M 为 BC 的中点．

(1)求证：FM∥平面 BDE；

(2)若平面 ADE⊥平面 $ABCD$，求点 F 到平面 BDE 的距离．



【解析】(1)证明　取 BD 的中点 O，连接 OM，OE，

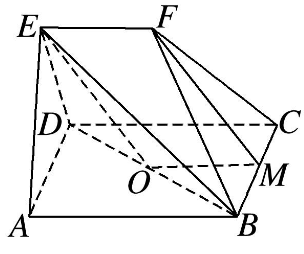
因为 O，M 分别为 BD，BC 的中点，

所以 OM∥CD，且 $OM=\frac{1}{2}CD$.

因为四边形 $ABCD$ 为菱形，所以 CD∥AB，

又 EF∥AB，所以 CD∥EF，

又 $AB=CD=2EF$，所以 $EF=\frac{1}{2}CD$，



所以 OM∥EF，且 $OM=EF$，

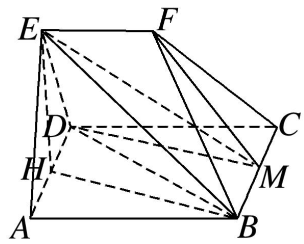
所以四边形 $OMFE$ 为平行四边形，

所以 MF∥OE.

又 OE⊂平面 BDE，MF⊄平面 BDE，

所以 MF∥平面 BDE.......................6 分

(2)解 由(1)得 FM∥平面 BDE，



所以点 F 到平面 BDE 的距离等于点 M 到平面 BDE 的距离．

取 AD 的中点 H，连接 EH，BH，

因为 $EA=ED$，四边形 $ABCD$ 为菱形，且 $\angle DAB=60°$，

所以 $EH\perp AD$，$BH\perp AD$.

因为平面 $ADE\perp$平面 $ABCD$，平面 $ADE\cap$平面 $ABCD=AD$，$EH\subset$平面 ADE，

所以 $EH\perp$平面 $ABCD$，所以 $EH\perp BH$，

易得 $EH=BH=\sqrt{3}$，所以 $BE=\sqrt{6}$，

所以 $S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{2^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$.

设点 F 到平面 BDE 的距离为 h，连接 DM，

则 $S_{\triangle BDM}=\frac{1}{2}S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

连接 EM，由 $V_{三棱锥E-BDM}=V_{三棱锥M-BDE}$，得$\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{3}\times h\times\frac{\sqrt{15}}{2}$，

解得 $h=\frac{\sqrt{15}}{5}$，即点 F 到平面 BDE 的距离为$\frac{\sqrt{15}}{5}$..............................12 分

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2-x$.

（1）若函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，求实数 a 的取值范围；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线平行于 x 轴，是否存在整数 k，使不等式 $x[f(x)+x-1]>k(x-2)$ 在 $x>1$ 时恒成立？若存在，求出 k 的最大值；若不存在，请说明理由.

20.【解析】（1）依题意 $f'(x)=\frac{1}{x}-ax-1=\frac{1-ax^2-x}{x}\geq 0$ **在** $[1,+\infty)$ **上恒成立，**

即 $1-ax^2-x\geq 0$，$a\leq\frac{1-x}{x^2}$ **在** $[1,+\infty)$ **上恒成立，**

令 $g(x)=\frac{1-x}{x^2}=(\frac{1}{x})^2-\frac{1}{x}=(\frac{1}{x}-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$，**则当** $x=2$ **时，** $g(x)_{\min}=-\frac{1}{4}$，

所以 $a\leq-\frac{1}{4}$，**即实数** a **的取值范围是** $(-\infty,-\frac{1}{4}]$．**……………4 分**

（2）依题意 $f'(1)=1-a-1=0$，所以 $a=0$，所以 $f(x)=\ln x-x$．……………5 分

不等式 $x[f(x)+x-1]>k(x-2)$ 在 $x>1$ 时恒成立.

即 $x(\ln x-1)>k(x-2)$，即 $x(\ln x-1)-k(x-2)>0$ 在 $x>1$ 时恒成立，

令 $g(x)=x(\ln x-1)-kx+2k,(x>1)$，则 $g'(x)=\ln x-k$．

因为 $x>1$，所以 $\ln x>0$．

当 $k\le 0$ 时，$g'(x)>0$，所以函数 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

若 $g(x)>g(1)=-1-k+2k=k-1>0$，解得 $k>1$，与 $k\le 0$ 不符，应舍去；……………7 分

当 $k>0$ 时，由 $g'(x)>0$，得 $x>e^k$；由 $g'(x)<0$，得 $1<x<e^k$，

所以 $g(x)$ 在 $(1,e^k)$ 上单调递减，在 $(e^k,+\infty)$ 上单调递增，

所以当 $x=e^k$ 时，$g(x)_{\min}=g(e^k)=2k-e^k$．……………9 分

问题转化为 $g(x)_{\min}=2k-e^k>0(k>0)$ 恒成立时，求 k 的最大值.

令 $h(t)=2t-e^t$，则 $h'(t)=2-e^t$．

当 $t<\ln 2$ 时，$h'(t)>0$；当 $t>\ln 2$ 时，$h'(t)<0$，

所以 $h(t)$ 在 $(-\infty,\ln 2)$ 上单调递增，在 $(\ln 2,+\infty)$ 单调递减，

当 $t=\ln 2$ 时，$h(t)_{\max}=h(\ln 2)=2\ln 2-2$．

因为 $0<\ln 2<1$，所以 $2\ln 2-2<0$，即 $h(t)=2t-e^t<0$ 恒成立.

所以不存在整数 k 使 $2k-e^k>0$ 恒成立.

综上所述，不存在满足条件的整数 k．……………12 分

21．（本小题满分 12 分）

已知斜率为k的直线l与椭圆C：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$交于$A$，$B$两点，线段$AB$的中点为$M(1,m)$ $(m>0)$．

(1)证明：$k<-\dfrac{1}{2}$；

(2)设F为C的右焦点，P为C上一点，且$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{\mathbf{0}}$．试探究：$|\overrightarrow{FA}|$，$|\overrightarrow{FP}|$，$|\overrightarrow{FB}|$是否成等差数列，如果是，给予证明，并求该数列的公差；如果不是，请适当增加条件，使之成为等差数列．

【解析】(1)设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，**则**$\dfrac{x_1^2}{4}+\dfrac{y_1^2}{3}=1$，$\dfrac{x_2^2}{4}+\dfrac{y_2^2}{3}=1$．

两式相减，并由$\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=k$**得**$\dfrac{x_1+x_2}{4}+\dfrac{y_1+y_2}{3}\cdot k=0$．

由题设知$\dfrac{x_1+x_2}{2}=1$，$\dfrac{y_1+y_2}{2}=m$，

于是$k=-\dfrac{3}{4m}$．①

由题设得$0<m<\dfrac{3}{2}$，**故**$k<-\dfrac{1}{2}$．　**……………5 分.**

(2)由题意得$F(1,0)$，**设**$P(x_3,y_3)$，**则**

$(x_3-1,y_3)+(x_1-1,y_1)+(x_2-1,y_2)=(0,0)$．

由(1)及题设得$x_3=3-(x_1+x_2)=1$，$y_3=-(y_1+y_2)=-2m<0$．

又点P**在**C**上，所以**$m=\dfrac{3}{4}$，**从而**$P(1,-\dfrac{3}{2})$，$|\overrightarrow{FP}|=\dfrac{3}{2}$．　**……………7 分.**

于是$|\overrightarrow{FA}|=\sqrt{(x_1-1)^2+y_1^2}=\sqrt{(x_1-1)^2+3(1-\dfrac{x_1^2}{4})}=2-\dfrac{x_1}{2}$．

同理$|\overrightarrow{FB}|=2-\dfrac{x_2}{2}$．

所以$|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|=4-\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)=3$．

故$2|\overrightarrow{FP}|=|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|$，**即**$|\overrightarrow{FA}|$，$|\overrightarrow{FP}|$，$|\overrightarrow{FB}|$**成等差数列．……………9 分.**

设该数列的公差为d，**则**

$2|d|=||\overrightarrow{FB}|-|\overrightarrow{FA}||=\dfrac{1}{2}|x_1-x_2|=\dfrac{1}{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$．②

将 $m=\frac{3}{4}$ 代入①得 $k=-1$．

所以 l 的方程为 $y=-x+\frac{7}{4}$，代入 C 的方程，并整理得 $7x^2-14x+\frac{1}{4}=0$．

故 $x_1+x_2=2$，$x_1x_2=\frac{1}{28}$，代入②解得 $|d|=\frac{3\sqrt{21}}{28}$．

所以该数列的公差为 $\frac{3\sqrt{21}}{28}$ 或 $-\frac{3\sqrt{21}}{28}$． ……………12 分.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4： 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1：$x^2+y^2-4x=0$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数），其中 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{6})$，以坐标原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴，建立极坐标系．

（1）求曲线 C_1 的极坐标方程和直线 l 的普通方程；

（2）设 M（4，0），C_2 的极坐标方程 $\rho=4\sqrt{3}\sin\theta$，A，B 分别为直线 l 与曲线 C_1，C_2 异于原点的公共点，当∠AMB＝30° 时，求直线 l 的斜率．

【解析】：（1）曲线 C_1：$x^2+y^2-4x=0$，转换为极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$．………3 分

直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数），

化为直角坐标方程为 $y=\tan\alpha x$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{6})$．……5 分

（2）由已知可得：$\theta=\alpha$，则 $|AB|=4\cos\alpha-4\sqrt{3}\sin\alpha$，$|AM|=\rho_1\tan\alpha=4\sin\alpha$，………7 分

由于 $|AM|=\sqrt{3}|AB|$，所以 $4\sin\alpha=\sqrt{3}(4\cos\alpha-4\sqrt{3}\sin\alpha)$，

解得 $k=\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{4}$．所以直线的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$． ………10 分

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5： 不等式选讲

函数 $f(x)=|2x-2|+|x+3|$.

（1）求不等式 $f(x)\geqslant 2x+5$ 的解集；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为 k，且实数 a，b，c 满足 $a(b+c)=k$，求证：$2a^2+b^2+c^2\geqslant 8$.

【解析】：（1）$f(x)=|2x-2|+|x+3|=\begin{cases}3x+1, & x>1\\ -x+5, & -3\leqslant x\leqslant 1\\ -3x-1, & x<-3\end{cases}$. ………2 分

∵$f(x)\geqslant 2x+5$，∴$\begin{cases}3x+1\geqslant 2x+5\\ x>1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-x+5\geqslant 2x+5\\ -3\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-3x-1\geqslant 2x+5\\ x<-3\end{cases}$，

∴$x\geqslant 4$ 或 $-3\leqslant x\leqslant 0$ 或 $x<-3$，

∴$x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 4$，

∴不等式的解集为 $\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 4\}$. ………5 分

（2）由（1）知 $f(x)_{min}=k=4$.

∴$a(b+c)=k=4$，∴$ab+ac=4$，

∴$2a^2+b^2+c^2=(a^2+b^2)+(a^2+c^2)\geqslant 2ab+2ac=8$，

当且仅当 $a=b=c=\pm\sqrt{2}$ 时取等号，

∴$2a^2+b^2+c^2\geqslant 8$. ………10 分