考点限时训练(二十三)　第23讲　不等式选讲(选修4－5)

A组　基础演练

1. 已知函数 $f(x)=|2x+1|+|2x-3|$.
   (1)求不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集;
   (2)若关于 x 的不等式 $f(x)<|a-1|$ 的解集不是空集,求实数 a 的取值范围.

2. 已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-2|$.
   (1)当 $a=1$ 时,求不等式 $f(x)\geqslant 7$ 的解集;
   (2)若 $f(x)\leqslant|x-4|+|x+2a|$ 的解集包含$[0,2]$,求 a 的取值范围.

3.已知函数 $f(x)=|x|+|x-1|$.

(1)若 $f(x)\geqslant|m-1|$ 恒成立,求实数 m 的最大值 M;

(2)在(1)成立的条件下,正实数 a,b 满足 $a^2+b^2=M$,证明:$a+b\geqslant2ab$.

4.设函数 $f(x)=|x-a|$,$a\in\mathbf{R}$.

(1)当 $a=2$ 时,解不等式:$f(x)\geqslant6-|2x-5|$;

(2)若关于 x 的不等式 $f(x)\leqslant4$ 的解集为 $[-1,7]$,且两正数 s 和 t 满足 $2s+t=a$,求证:$\dfrac{1}{s}+\dfrac{8}{t}\geqslant6$.

5. 已知关于 x 的不等式 $|2x-m|\leqslant 1$ 的整数解有且仅有一个值为 2.

(1)求整数 m 的值；

(2)函数 $f(x)=|2x-a|+a$，若不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集为 $\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$，且存在实数 n 使 $f(n)\leqslant m-f(-n)$ 成立，求实数 m 的取值范围.

6. 设函数 $f(x)=|x-3|-|x+1|$，$x\in\mathbf{R}$.

(1)解不等式 $f(x)<-1$；

(2)设函数 $g(x)=|x+a|-4$，且 $g(x)\leqslant f(x)$ 在 $x\in[-2,2]$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围.

7. 已知 $a>0$，$b>0$，$a+b=1$，求证：

(1)$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{ab}\geqslant 8$；

(2)$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\geqslant 9$.

B组　能力提升

8. 已知函数 $f(x)=m-|x-1|-|x-2|$，$m\in\mathbf{R}$，且 $f(x+1)\geqslant 0$ 的解集为 $[0,1]$.

(1)求 m 的值；

(2)若 $a,b,c,x,y,z\in\mathbf{R}$，且 $x^2+y^2+z^2=a^2+b^2+c^2=m$，求证：$ax+by+cz\leqslant 1$.

9. 已知函数 $f(x)=k-|x-3|$,$k\in\mathbf{R}$,且 $f(x+3)\geqslant 0$ 的解集为$[-1,1]$.

(1)求 k 的值;

(2)若 a,b,c 是正实数,且$\frac{1}{ka}+\frac{1}{2kb}+\frac{1}{3kc}=1$.

求证:$a+2b+3c\geqslant 9$.

10. 已知函数 $f(x)=|x+1|$.

(1)解不等式 $f(x+8)\geqslant 10-f(x)$;

(2)若$|x|>1$,$|y|<1$,求证:$f(y)<|x|\cdot f\left(\frac{y}{x^2}\right)$.

11. 已知函数 $f(x)=|x+1|$.

(1)求不等式 $f(x)<|2x+1|-1$ 的解集 M;

(2)设 $a,b\in M$,证明:$f(ab)>f(a)-f(-b)$.